



Documento de Planeación didáctica del Taller semi-dirigido “Hacer Galletas con Geogebra”

PARTE GENERAL	
NOMBRE DE LA PROFESORA	SILVIA KARINA LÓPEZ VALDEZ
SUBSISTEMA Y NIVEL ACADÉMICO	Colegio de Ciencias y Humanidades, Nivel medio superior.
ASIGNATURA / SEMESTRE O AÑO	Matemáticas IV, cuarto semestre.
UNIDAD TEMÁTICA Y CONTENIDOS	Unidad 2: Funciones Racionales y con radicales. Propósito de la unidad: Temática: • $f(x) = \frac{p(x)}{q(x)}$, $p(x)$ y $q(x) \neq 0$; $p(x)$ y $q(x)$ de coeficientes reales y de grado menor o igual a dos. • Elementos de las funciones: Dominio y rango, asíntotas verticales y horizontales, puntos de discontinuidad y ceros de la función. • Gráfica de funciones racionales con asíntotas verticales y horizontales. • Problemas de aplicación.
OBJETIVOS DE LA UNIDAD	Que el alumno modele algunas situaciones que dan lugar a funciones racionales y con radicales, así como que analice una gráfica para identificar su dominio, rango, asíntotas y relacione estas características con la situación problemática planteada.
DURACIÓN	Horas clase: 4 horas. Dos sesiones de clase, cada sesión con duración de dos horas. Horas extra clase para alumnos: 4 horas. Horas extra clase para profesores: 3 horas y 30 minutos.
SESIÓN 1 DE CLASE	La primera sesión de clase es de dos horas de duración. Objetivo de aprendizaje de la sesión:



	• Modelar una función racional • Analizar una gráfica para identificar su dominio, rango, asíntotas y relacione estas características con la situación problemática planteada.
SESIÓN 2 DE CLASE	La segunda sesión de clase es de dos horas de duración. Objetivo de aprendizaje de la sesión 2, profundizar en: • Modelar una función racional • Analizar una gráfica para identificar su dominio, rango, asíntotas y relacione estas características con la situación problemática planteada.
POBLACIÓN	20 alumnos
BIBLIOGRAFÍA	• Sullivan Michel. (1997). Precálculo. México: Prentice Hall.
RECURSOS	• Taller “Hacer Galletas con Geogebra”, Anexo 1. Descargable de: https://drive.google.com/open?id=0B95HsqXO1FcTdTRzb1hPa0JPeU0 El taller es una actividad autodirigida basada en la técnica de Aprendizaje Basado en Problemas (ABP). • Calculadora. • Celular, tablet o computadora con Geogebra



SESIÓN 1

Actividad 1. Actividad de inicio

(Esta actividad se realiza para empezar a trabajar la sesión 1 de una unidad temática)

TÍTULO DE LA ACTIVIDAD	HACER GALLETAS CON GEOGEBRA, SESIÓN 1, ACTIVIDAD 1.
OBJETIVO DE APRENDIZAJE	Retomar, de la situación problema, la información relevante con la que habrá de modelar una función racional.
TEMÁTICA	- Problemas de aplicación. $f(x) = \frac{p(x)}{q(x)}$, $p(x)$ y $q(x) \neq 0$; $p(x)$ y $q(x)$ de coeficientes reales y de grado menor o igual a dos.
DURACIÓN EN SALÓN DE CLASE (ACT. INICIO)	10 minutos.
RECURSOS	- Taller Galletas con Geogebra impresa o descargada en <i>tablet</i> o celular de: https://drive.google.com/open?id=0B95HsgXO1FcTdTRzb1hPa0JPeU0 El taller es una actividad autodirigida basada en la técnica de Aprendizaje Basado en Problemas (ABP). - Hojas sueltas, lápiz o pluma.
DESCRIPCIÓN DE LAS ACTIVIDADES	



TAREAS EN EL ORDEN EN QUE SE REALIZAN	➤ Previo a la sesión 1 de trabajo en clase, tiempo para el docente 10 minutos, tiempo para los alumnos 15 minutos: Se envía al correo de los alumnos el taller “Galletas con Geogebra”, que es una actividad autodirigida con enfoque de aprendizaje por indagación con la que modelan una función racional, así como las listas de cotejo (Anexo 2 y 3). Se pide a los alumnos que, de forma individual: - Lleven tanto el taller como las listas de cotejo impresas, descargadas en su celular, <i>tablet</i> o computadora, o escrito en hojas sueltas. - Descarguen Geogebra en su celular o <i>tablet</i>. - Lleven su calculadora científica. - Material de uso regular durante el curso como hojas sueltas, lápiz o pluma. ➤ Durante la primera sesión de clase de dos horas: En equipos de trabajo no mayores a 4, se les pide a los alumnos que contesten el taller “Galletas con Geogebra”, el cual es una actividad autodirigida en la que los alumnos hacen y registran el proceso de construcción de una función racional, misma de la que hacen análisis de tendencias por medio de la gráfica con Geogebra y con tablas numéricas. ➤ Inicio de la sesión 1 de clase, 10 minutos: La maestra inicia la clase pidiendo que lean la situación problema que tendrán que resolver; posteriormente, se le pide al grupo que explique qué es lo que se les solicita llevar a cabo con el taller (esto se hace para verificar que el grupo tiene la idea correcta de lo que se está pidiendo que hagan en la actividad). Una vez que se tiene la certeza de que el grupo entero sabe qué es lo que tendrán que construir, la profesora cede la acción a los alumnos quienes, en equipo, comienzan a llevar a cabo la actividad.
Evidencias de aprendizaje del alumno	En el inicio de la sesión 1, es el comienzo de la construcción de los aprendizajes esperados. La evidencia de aprendizaje consistirá en que el alumno rescate, de la situación problema, la información relevante con la habrá de construir una función para su posterior análisis.
Forma de Evaluación	La evaluación se hace en tiempo real, por parte de la maestra y el grupo, avalando las respuestas o indicando lo que se deberá corregir.



SESIÓN 1

Actividad 2. Actividad de desarrollo

(Esta actividad se realiza para trabajar a lo largo de la sesión 1 de una unidad temática)

TÍTULO DE LA ACTIVIDAD	HACER GALLETAS CON GEOGEBRA, SESIÓN 1, ACTIVIDAD 2.
OBJETIVO DE APRENDIZAJE	Analizar una gráfica para identificar su dominio, rango, asíntotas y relacione estas características con la situación problemática planteada.
TEMÁTICA	- Problemas de aplicación. $f(x) = \frac{p(x)}{q(x)}$, $p(x)$ y $q(x) \neq 0$; $p(x)$ y $q(x)$ de coeficientes reales y de grado menor o igual a dos. - Gráfica de funciones racionales con asíntotas verticales y horizontales.
DURACIÓN EN SALÓN DE CLASE (ACT. DESARROLLO)	90 minutos.
RECURSOS	- Geogebra descargado en celular o <i>tablet</i>. - Calculadora científica. - Taller Galletas con Geogebra impresa o descargada en <i>tablet</i> o celular de: https://drive.google.com/open?id=0B95HsgXO1FcTdTRzb1hPa0JPeU0 El taller es una actividad autodirigida basada en la técnica de Aprendizaje Basado en Problemas (ABP). - Hojas sueltas, lápiz o pluma.
DESCRIPCIÓN DE LAS ACTIVIDADES	
TAREAS EN EL ORDEN EN QUE SE REALIZAN	Los alumnos han usado anteriormente Geogebra, se considera que es un aprendizaje previo a la actividad. Una vez que se tiene la certeza de que el grupo entero sabe qué es lo que tendrán que construir, la profesora cede la acción a los alumnos quienes, en equipo, comienzan a llevar a cabo la actividad. ➤ Desarrollo de la sesión 1 de clase, 90 minutos:



	Los alumnos, en equipo, analizan la situación problema, discuten, prueban y validan las respuestas que se solicitan en el transcurso del taller. Las preguntas y/o instrucciones a contestar durante el desarrollo de la primera sesión de clase, son las siguientes: a) Escribe qué información es variable y qué información permanece constante. Posteriormente, define cómo representarás la información que sea variable. b) Escribe qué información está relacionada y cómo se relaciona. c) Escribe la función con la que es posible conocer cuánto tendrás que invertir en el negocio de venta de galletas. Describe cada elemento de la función. d) Escribe la función con la que es posible conocer cuál es el costo de cada galleta sin considerar ganancias. A esto se le nombra costo promedio de galletas producidas. Te puedes ayudar a formar la función contestando las siguientes preguntas: ¿Cuál es el costo promedio de cada galleta si se hacen 2, 5, 10, 20 o 100 unidades? e) Usa Geogebra para graficar la función. Ajusta la escala de los ejes hasta que se pueda observar el comportamiento de la función. ¿Qué rama de la función se relaciona con el contexto? Explica. El proceso de construcción de los aprendizajes esperados con el taller “Hacer Galletas con Geogebra”, comienza al analizar la información (incisos a y b), relaciona la información (incisos b, c y d) y lleva a cabo la validación (d y e). El uso de Geogebra para dar respuesta al inciso e, es conveniente por varios motivos: es libre, está disponible en cualquier plataforma y tipo de dispositivo, es un software muy amigable con el usuario, el corto tiempo con el que se puede obtener la gráfica de la función, la facilidad y rapidez con la que se puede analizar la gráfica en puntos específicos y con tendencias a infinito o a un valor indefinido.
EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE DEL ALUMNO	Los alumnos registran sus respuestas de los incisos <i>a</i>, <i>b</i>, <i>c</i>, <i>d</i> y <i>e</i>, y hacen entrega de las mismas, así como de los borradores en donde muestran cómo fue el proceso de construcción de sus respuestas. Cada una de las respuestas correspondientes a los incisos mencionados con antelación, deben ser argumentadas, indicando qué es lo que se muestra, cómo se obtiene y qué es lo que representa. Se



	espera que alumno explique en lenguaje natural lo que ha simbolizado en lenguaje matemático. En la gráfica hecha con Geogebra, deberá explicar y validar, por escrito, cuál de las ramas corresponde al contexto. La evidencia correspondiente a la Sesión 1, Actividad de Desarrollo, se entrega posterior al cierre de la sesión 1.
FORMA DE EVALUACIÓN	Evaluación Inicial y Formativa: • La evaluación inicial y formativa se ha llevado a cabo, por parte de la maestra, durante el proceso de construcción del aprendizaje. Esto es así porque durante el desarrollo de la sesión, la maestra funge como acompañante del proceso de construcción del aprendizaje y ha brindado la retroalimentación y andamiaje necesario para que los alumnos logren los aprendizajes esperados para la Actividad de Desarrollo de la sesión 1. Aunado a lo anterior, en la sesión de cierre de la sesión 1, se lleva a cabo una retroalimentación grupal. La evaluación Sumativa constará de dos etapas: 1. En la primera etapa el alumno entrega su trabajo al finalizar la sesión, la profesora revisa que el trabajo entregado cumpla con los requisitos solicitados y, en caso de que sea necesario, señala por escrito lo que se tenga que corregir y/o lo que haga falta incluir. El trabajo de los alumnos con las anotaciones y ponderaciones hechas por la maestra, de acuerdo a la lista de cotejo (Anexo 2), se regresa en la sesión 2 de clase. 2. En la segunda etapa de evaluación sumativa, los alumnos entregan la corrección de todo el taller y, en conjunto con la maestra, se analiza si las correcciones ameritan que la calificación se modifique en aumento. La segunda etapa se lleva a cabo cuando se ha concluido el Taller “Hacer Galletas con Geogebra”. La segunda etapa de evaluación sumativa se lleva a cabo después de haber concluido el Taller “Hacer Galletas con Geogebra” y que han recibido de vuelta sus trabajos con las anotaciones de correcciones hechas por la maestra, en la fecha que se convenga con los alumnos.



SESIÓN 1

Actividad 3. Actividad de cierre

(Esta actividad se realiza para concluir el trabajo de la sesión 1 de una unidad temática)

TÍTULO DE LA ACTIVIDAD	HACER GALLETAS CON GEOGEBRA, SESIÓN 1, ACTIVIDAD 3.
OBJETIVO DE APRENDIZAJE	Que el alumno modele algunas situaciones que dan lugar a funciones racionales y con radicales, así como que analice una gráfica para identificar su dominio, rango, asíntotas y relacione estas características con la situación problemática planteada.
TEMÁTICA	• Problemas de aplicación. • $f(x) = \frac{p(x)}{q(x)}$, $p(x)$ y $q(x) \neq 0$; $p(x)$ y $q(x)$ de coeficientes reales y de grado menor o igual a dos. • Gráfica de funciones racionales con asíntotas verticales y horizontales, ceros de la función.
DURACIÓN	20 minutos.
RECURSOS	• Hojas con respuestas, lápiz o pluma. • Taller Galletas con Geogebra impresa o descargada en <i>tablet</i> o celular de: https://drive.google.com/open?id=0B95HsgXO1FcTdTRzb1hPa0JPeU0 El taller es una actividad autodirigida basada en la técnica de Aprendizaje Basado en Problemas (ABP).
DESCRIPCIÓN DE LAS ACTIVIDADES	
TAREAS EN EL ORDEN EN QUE SE REALIZAN	Una vez que el grupo ha elaborado las respuestas a las primeras cinco preguntas, se procede a recapitular la información del taller que se tiene hasta el momento. Esto se hace con una retroalimentación grupal, solicitando la participación de un integrante de cada equipo para que pasen al frente a exponer sus respuestas. ➤ Cierre de la sesión 1 de clase: Se conforma un equipo de exposición con un integrante de cada uno de los equipos de trabajo. Los alumnos que pasan al frente a exponer sus



	respuestas se organizan para decidir quién de ellos expondrá cada una de las respuestas. Se pueden apoyar entre ellos interviniendo si consideran que la respuesta dada está incompleta o errónea. También se acepta la intervención del resto del grupo cuando entre ellos no terminan de dar la respuesta completa y/o correcta. De esta manera, tienen oportunidad de hacer correcciones pertinentes a su trabajo y de agregar información que hayan pasado por alto. Se indica a los alumnos cuáles serán las actividades extra clase y se les solicita la entrega de las evidencias de aprendizaje correspondientes a la Sesión 1, actividades de desarrollo y cierre. ➤ Actividad extra clase para los alumnos, de forma individual, duración 45 minutos: Una vez concluida la exposición, se pide a los alumnos que de tarea hagan, sin ayuda de algún software, la tabla y gráfica de la función, sin considerar el contexto e incluyendo el punto de intersección con el eje de las abscisas. Así como que determine el valor de la variable independiente con el que la función se hace indefinida. La tarea se entrega en hojas engrapadas, con su nombre y la fecha de entrega escritos en la parte superior de cada una de las hojas de trabajo. ➤ Actividad extra clase para los profesores, duración 1 horas: La profesora revisa que el trabajo entregado por los equipos cumpla con los requisitos solicitados y, en caso de que sea necesario, señala por escrito lo que se tenga que corregir y/o lo que haga falta incluir.
EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE DEL ALUMNO	La evidencia de aprendizaje, en la actividad de cierre, es verbal. Las participaciones de los alumnos, la propiedad con la que expresen sus ideas y respuestas, será una evidencia más de cuál ha sido su aprendizaje durante la sesión 1. La segunda etapa de evaluación sumativa se lleva a cabo después de haber concluido el Taller “Hacer Galletas con Geogebra” y que han recibido de vuelta sus trabajos con las anotaciones de correcciones hechas por la maestra, en la fecha que se convenga con los alumnos.
FORMA DE EVALUACIÓN	La evaluación se da en tiempo real, por parte de la maestra y el grupo, avalando las respuestas o indicando lo que se deberá corregir.



SESIÓN 2

Actividad 1. Actividad de inicio

(Esta actividad se realiza para empezar a trabajar la sesión 2 de una unidad temática)

TÍTULO DE LA ACTIVIDAD	
HACER GALLETAS CON GEOGEBRA, SESIÓN 2, ACTIVIDAD 1	
OBJETIVO DE APRENDIZAJE	Analizar una gráfica para identificar su dominio, rango, asíntotas y relacione estas características con la situación problemática planteada.
TEMÁTICA	$f(x) = \frac{p(x)}{q(x)}$, $p(x)$ y $q(x) \neq 0$; $p(x)$ y $q(x)$ de coeficientes reales y de grado menor o igual a dos. - Elementos de las funciones: Dominio y rango, asíntotas verticales y horizontales, puntos de discontinuidad y ceros de la función. - Gráfica de funciones racionales con asíntotas verticales y horizontales. - Problemas de aplicación.
DURACIÓN (ACT. DESARROLLO)	20 minutos.
RECURSOS	- Geogebra descargado en celular o <i>tablet</i>. - Calculadora científica. - Taller Galletas con Geogebra impresa o descargada en <i>tablet</i> o celular de: https://drive.google.com/open?id=0B95HsgXO1FcTdTRzb1hPa0JPeU0 - Hojas sueltas, lápiz o pluma.
DESCRIPCIÓN DE LAS ACTIVIDADES	
TAREAS EN EL ORDEN EN QUE SE REALIZAN	➤ Durante la segunda sesión de clase de dos horas: En equipos de trabajo no mayores a 4, se les pide a los alumnos que continúen respondiendo el taller “Galletas con Geogebra”, el cual es una actividad autodirigida en la que los alumnos hacen y registran el proceso de construcción de una función racional, misma de la que hacen análisis de tendencias por medio de la gráfica con Geogebra y con tablas numéricas. ➤ Previo al inicio del trabajo en clase de la sesión 2, 10 minutos: Los alumnos entregan su tarea y la maestra, a su vez, regresa los



	trabajos entregados por los alumnos en la Sesión 1, con la retroalimentación por escrito. Se pide que usen Geogebra para graficar la función racional modelada en la Sesión 1 y que lo tengan listo antes de comenzar el desarrollo de la Sesión 2. Mientras los alumnos revisan la retroalimentación hecha a sus trabajos y grafican la función racional, la maestra hace una revisión rápida de la tarea que le han entregado. Revisa, sin calificar, que la gráfica, tabla de valores y el valor que hace indefinida a la función correspondan a la función racional modelada en la Sesión 1 por los alumnos y, al finalizar la revisión, regresa a los alumnos su tarea. ➤ Inicio de la sesión 2 de trabajo en clase, 10 minutos: La maestra inicia la clase preguntando si hubo dudas con la tarea o con lo señalado en la revisión hecha por su maestra. Los alumnos exponen sus dudas, con participación grupal se resuelven y la maestra complementa la información de acuerdo a lo que haya observado en la revisión de la tarea, con el fin de que los alumnos cuenten con toda la información necesaria para hacer las correcciones pertinentes.
EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE DEL ALUMNO	La evidencia de aprendizaje, de los alumnos, correspondiente a la actividad de inicio de la Sesión 2, es la tarea entregada en hojas engrapadas, con su nombre y la fecha de entrega escritos en la parte superior de cada una de las hojas de trabajo. El trabajo consistió en elaborar, sin ayuda de algún software, tabla y gráfica de la función racional, sin considerar el contexto e incluyendo la intersección de la función con el eje de las abscisas; así como determinar el valor de la variable independiente con el que la función se hace indefinida. La evidencia se entrega posterior al cierre de la Sesión 2 para que sea asignada la puntuación correspondiente La evidencia correspondiente a la Sesión 2, Actividad de Desarrollo, se entrega posterior al cierre de la sesión 2.
FORMA DE EVALUACIÓN	La evaluación que se lleva a cabo es formativa, pues se da una breve retroalimentación al trabajo entregado por los alumnos para que hagan las correcciones pertinentes.

SESIÓN 2

Actividad 2. Actividad de desarrollo

(Esta actividad se realiza para trabajar a lo largo de la sesión 2 de una unidad temática)



Título de la actividad	HACER GALLETAS CON GEOGEBRA, SESIÓN 2, ACTIVIDAD 2.
Objetivo de aprendizaje	Analizar una gráfica para identificar su dominio, rango, asíntotas y relacione estas características con la situación problemática planteada.
Temática	• Problemas de aplicación. • $f(x) = \frac{p(x)}{q(x)}$, $p(x)$ y $q(x) \neq 0$; $p(x)$ y $q(x)$ de coeficientes reales y de grado menor o igual a dos. • Elementos de las funciones: Dominio y rango, asíntotas verticales y horizontales, puntos de discontinuidad y ceros de la función. • Gráfica de funciones racionales con asíntotas verticales y horizontales.
Duración (Act. desarrollo)	• 70 minutos.
Recursos	• Geogebra descargado en celular o <i>tablet</i>. • Calculadora científica. • Taller “Hacer Galletas con Geogebra” impresa o descargada en <i>tablet</i> o celular de: https://drive.google.com/open?id=0B95HsgXO1FcTdTRzb1hPa0JPeU0 • Tabla y gráfica de la función racional, sin considerar el contexto e incluyendo la intersección de la función con el eje de las abscisas. • Hojas sueltas, lápiz o pluma.
Descripción de las actividades	
Tareas en el orden en que se realizan	Los alumnos trabajan organizados en equipos conformados por 3 o 4 integrantes. Los alumnos han usado anteriormente Geogebra, se considera que es un aprendizaje previo a la actividad. Una vez que se ha terminado la aclaración de dudas de la tarea y que los alumnos han graficado en su dispositivo electrónico la función racional, se retoma el taller “Hacer Galletas con Geogebra”. Durante la sesión, cuando los alumnos hacen el trabajo en equipo, la maestra los acompaña en su proceso de construcción del aprendizaje observando el desenvolvimiento de los estudiantes e interviniendo cuando sea necesario redirigir o corregir a los alumnos, así como cuando los mismos estudiantes manifiesten abiertamente alguna duda. Aunado al acompañamiento, la maestra brinda el andamiaje necesario para la construcción de los aprendizajes esperados en la sesión.



➤ **Desarrollo de la sesión 2 de clase, 70 minutos:**

Se procede a hacer la lectura de las instrucciones y/o preguntas de la segunda parte de la actividad.

La primera instrucción es en relación a la utilidad de Geogebra, se solicita que el estudiante modifique la opción de redondeo a diez cifras decimales y que marque un punto en la función racional que ha graficado al inicio de la Sesión 2.

Se pide la participación de los alumnos para que voluntariamente lean las instrucciones y se exponga si hay alguna duda respecto a lo que se solicita que hagan en cada uno de los incisos.

Las preguntas y/o instrucciones a contestar durante el desarrollo de la primera sesión de clase, son las siguientes:

- f) Con la gráfica de la función racional en Geogebra, responde las siguientes preguntas. Apoya tu argumentación con la gráfica y operaciones.
 - f.1) Mueve el punto y contesta: ¿Qué sucede con el costo promedio por galleta al aumentar la cantidad de galletas producidas? Si se produce una cantidad inmensamente grande de galletas, ¿a qué cantidad se acerca el costo promedio? (Para hacer las operaciones con la función racional, escoge tres números que consideres inmensamente grandes para producir galletas).
 - f.2) ¿A cuánto tiende la función (a qué cantidad se acerca) cuando la cantidad de galletas producida tiende a ser infinita (la cantidad de galletas cada vez es más y más inmensamente grande)? ¿Se podrá producir suficientes galletas como para que el costo promedio de producción llegue a ser igual o menor a cinco pesos?
 - f.3) ¿Qué sucede con el costo promedio por galleta al disminuir la cantidad de galletas producidas? Si se reduce la cantidad producida de galletas, ¿qué ocurre con el costo promedio?
 - f.4) Al producir una cantidad muy pequeña de galletas, como una galleta, media galleta, un cuarto de galleta, un décimo de galleta o un milésimo de galleta, ¿a qué cantidad se acerca el costo promedio? (Al hacer las operaciones, más de 4 números positivos que tú consideres extremadamente pequeños). ¿A cuánto tiende la función (a qué cantidad se acerca) cuando la cantidad de galletas producidas tiende a ser mucho muy pequeña?



Para dar respuesta a las preguntas, los alumnos exploran la gráfica hecha en Geogebra, mueven el punto que habían marcado al inicio de la Sesión 2, observan los pares de valores asociados conforme desplazan el punto por las ramas de la función racional, hacen el análisis correspondiente a cada una de las preguntas, discuten cuál es la respuesta apropiada, validan sus respuestas y elaboran la argumentación de cada una de ellas. Durante el proceso de responder las preguntas, la maestra acompaña el proceso de construcción de aprendizaje observando el desenvolvimiento de los equipos e interviniendo cuando sea necesario redirigir o corregir a los alumnos, así como cuando los mismos alumnos manifiesten abiertamente alguna duda.

Ya que los equipos han terminado de responder las anteriores preguntas (segunda parte del Taller “Hacer Galletas con Geogebra”), retomamos la gráfica y tabla de la función racional hecha a mano. Se pide a los alumnos que mencionen qué valor de la variable independiente no se pudo graficar y se discute el porqué. Después de la discusión, se les solicita que de tracen, en el plano cartesiano donde han hecho la gráfica a mano de la función racional, un punto cuya abscisa corresponda al valor que hace indefinida a la función; ya que han trazado el punto, se pide que tracen otro punto con el mismo valor de la abscisa del punto anterior y diferente al punto trazado anteriormente; por último, se les solicita que tracen todos los puntos posibles cuya abscisa tenga como valor aquel que hace indefinida a la pendiente. Ya que los alumnos han trazado la recta que contiene a todos los puntos cuya abscisa corresponde al valor indefinido para la función, se les pide que escriban la ecuación de dicha recta y se les menciona que esa recta se llama Asíntota Vertical. Posteriormente, se pide que en equipo escriban la definición de Asíntota Vertical.

Cuando los equipos han terminado de escribir la definición de Asíntota Vertical, la maestra pide a los alumnos que mencionen a qué valor tiende la función cuando la variable independiente tiende a infinito. Esto lo pueden decir con base en las respuestas que han elaborado en la segunda parte del Taller. Una vez que han dado respuesta, se les pide que mencionen a cuánto tiende la función cuando la variable independiente tiende al infinito negativo, los alumnos usan la gráfica de la función racional que han graficado en Geogebra y la exploran para poder responder. Cuando han observado que la función tiende a la misma cantidad, se les pide que tracen en la gráfica hecha a mano la recta que se forma con los valores de la ordenada al que tiende la función. Una vez que han trazado la recta se les menciona que se nombra Asíntota



	Horizontal y se les pide que escriban la ecuación de dicha asíntota. Posteriormente, se pide que en equipo escriban la definición de Asíntota Horizontal. Se comenta a los alumnos que la entrega de las evidencias de aprendizaje correspondientes a la actividad de Desarrollo de la Sesión 2, se entregan al finalizar la actividad de cierre de la Sesión 2.
Evidencias de aprendizaje del alumno	Los alumnos escriben sus respuestas al taller y hacen entrega de las mismas, así como de los borradores en donde registran cómo fue el proceso de construcción de sus respuestas. Cada una de las respuestas deben ser argumentadas indicando qué es lo que se muestra, cómo se obtiene, qué representa. Se espera que alumno explique en lenguaje natural y matemático lo que ha escrito en sus respuestas. En la gráfica de la función racional hecha a mano, deberá trazar las Asíntotas Horizontal y vertical, acompañadas de sus ecuaciones. Las definiciones se entregan por escrito en una hoja adicional o en el dorso de la hoja en donde se ha dibujado la función racional con sus asíntotas. La evidencia correspondiente a la Sesión 2, Actividad de Desarrollo, se entrega posterior al cierre de la sesión 2.
Forma de Evaluación	Evaluación Inicial y Formativa: La evaluación inicial y formativa se ha llevado a cabo, por parte de la maestra, durante el proceso de construcción del aprendizaje. Esto es así porque durante el desarrollo de la sesión, la maestra funge como acompañante del proceso de construcción del aprendizaje y ha brindado la retroalimentación y andamiaje necesario para que los alumnos logren los aprendizajes esperados para la Actividad de Desarrollo de la Sesión 2. Aunado a lo anterior, en la sesión de cierre de la sesión 2, se lleva a cabo una retroalimentación grupal. La evaluación Sumativa constará de dos etapas: 1. En la primera etapa el alumno entrega su trabajo al finalizar la Sesión 2, la profesora revisa que el trabajo entregado cumpla con los requisitos solicitados y, en caso de que sea necesario, señala por escrito lo que se tenga que corregir y/o lo que haga falta incluir. El trabajo de los alumnos se regresa en la siguiente sesión de clase para que, de tarea, procedan a hacer las correcciones solicitadas. 2. En la segunda etapa, los alumnos entregan la corrección de su trabajo para que se pueda asignar una calificación con base en la lista de cotejo y en la retroalimentación previamente proporcionada por escrito.



SESIÓN 2

Actividad 3. Actividad de cierre

(Esta actividad se realiza para concluir el trabajo de la Sesión 3 de una unidad temática)

TÍTULO DE LA ACTIVIDAD	
GALLETAS CON GEOGEBRA, SESIÓN 2, ACTIVIDAD 3.	
OBJETIVO DE APRENDIZAJE	Analizar una gráfica para identificar su dominio y rango y que haga la relación con la situación problemática planteada.
TEMÁTICA	$f(x) = \frac{p(x)}{q(x)}$, $p(x)$ y $q(x) \neq 0$; $p(x)$ y $q(x)$ de coeficientes reales y de grado menor o igual a dos. - Elementos de las funciones: Dominio y rango, asíntotas verticales y horizontales, puntos de discontinuidad - Problemas de aplicación.
DURACIÓN (ACT. DE CIERRE)	30 minutos.
RECURSOS	- Geogebra descargado en celular o <i>tablet</i>. - Calculadora científica. - Taller “Hacer Galletas con Geogebra” impresa o descargada en <i>tablet</i> o celular de: https://drive.google.com/open?id=0B95HsgXO1FcTdTRzb1hPa0JPeU0 - Tabla y gráfica de la función racional, sin considerar el contexto e incluyendo la intersección de la función con el eje de las abscisas. - Hojas sueltas, lápiz o pluma.
DESCRIPCIÓN DE LAS ACTIVIDADES	
TAREAS EN EL ORDEN EN QUE SE REALIZAN	Los alumnos trabajan organizados en equipos conformados por 3 o 4 integrantes. Los alumnos han usado anteriormente Geogebra, se considera que es un aprendizaje previo a la actividad. Ya que los alumnos terminaron de trazar las Asíntotas horizontal y vertical, han escrito sus ecuaciones y las definiciones de éstas, se retoma el taller “Hacer Galletas con Geogebra”. Durante la sesión, cuando los alumnos hacen el trabajo en equipo, la maestra los acompaña en su proceso de construcción del aprendizaje observando el desenvolvimiento de los estudiantes e interviniendo cuando sea necesario redirigir o corregir a los alumnos, así como



cuando los mismos estudiantes manifiesten abiertamente alguna duda. Aunado al acompañamiento, la maestra brinda el andamiaje necesario para la construcción de los aprendizajes esperados en la sesión.

➤ **Cierre de la sesión 2 de clase, 30 minutos:**

Hasta este momento, se espera que los alumnos hayan terminado de contestar hasta la página cuatro del Taller “Hacer Galletas con Geogebra”. Para continuar, se les pide a los alumnos que retomen las hojas de su taller y que, con base a toda la información previa que tienen hasta la página cuatro del taller, respondan los incisos *g* y *h*. Estos se relacionan con el Dominio y rango de la función.

Las preguntas y/o instrucciones a contestar durante el desarrollo de la actividad de cierre de la Sesión 2 de clase, son las siguientes:

- g) Considerando el contexto de la situación inicial, ¿cuál es el dominio y rango de la función?
- h) Sin considerar el contexto, ¿cuál es el dominio y rango de la función racional?

Ya que el grupo ha terminado de responder los incisos antes mencionados, se conforma un equipo de exposición con un integrante de cada uno de los equipos de trabajo. Los alumnos que pasan al frente a exponer sus respuestas se organizan para decidir quién de ellos expondrá la definición de Puntos de discontinuidad, Asíntota Horizontal, Asíntota Vertical, Dominio y Rango. Durante la exposición, se pueden apoyar entre ellos e intervenir si consideran que la respuesta dada por quien expone la respuesta está incompleta o errónea. También se acepta la intervención del resto del grupo cuando entre ellos no terminan de dar la respuesta completa y/o correcta.

De esta manera, todo el grupo tiene oportunidad de hacer correcciones pertinentes a su trabajo y de agregar información que hayan pasado por alto.

Una vez terminada la breve exposición, se indica a los alumnos cuáles serán las actividades extra clase.

Se solicita a los alumnos que entreguen las evidencias escritas de aprendizaje correspondientes a la Sesión 2.

➤ **Actividad extra clase para los alumnos, de forma individual,**



	duración 2 horas: Una vez concluida la exposición, se pide a los alumnos que de tarea concluyan el Taller “Hacer Galletas con Geogebra”. Son dos últimos incisos con los que se retoma todo el aprendizaje construido durante el taller y dicen lo siguiente: i) Retoma la función inicial y modifícala considerando el dinero que quieres ganar con la venta de cada galleta. Haz todo el análisis que te permita decidir si es viable o no comenzar el negocio de venta de galletas. Respalda tus argumentos analizando la nueva función. j) Grafica con Geogebra la función que modelaste en el inciso i, grafica las asíntotas y escribe sus respectivas ecuaciones, así como el dominio y rango de la función. En la sección de <u>Vista</u> selecciona <u>Protocolo de construcción</u>. Una vez que se pueda ver el protocolo de construcción selecciona <u>Exporta como página web</u>. • El título será Galletas. • En la opción de autoría escribe tu nombre completo y grupo. • Escribe la fecha en la que harás la entrega que te ha indicado tu maestra. • Selecciona <u>Imagen del boceto</u>, <u>Incluir imágenes de todas las vistas abiertas</u>. • <u>Protocolo a color</u>. • Exporta y guarda el archivo con tu nombre. • El archivo se guardará como un icono. Por medio de correo electrónico, envía el archivo (icono) al correo de tu profesora en la fecha que se te ha indicado hacerlo. La tarea escrita a mano se entrega en hojas engrapadas, con su nombre y la fecha de entrega escritos en la parte superior de cada una de las hojas de trabajo. ➤ Actividad extra clase para los profesores, duración 1 hora: La profesora revisa que el trabajo entregado por los equipos al finalizar la Sesión 2, cumpla con los requisitos solicitados y señala por escrito lo que se tenga que corregir y/o lo que haga falta incluir en las respuestas para que los alumnos hagan las adecuaciones pertinentes.
EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE DEL ALUMNO	Evidencia verbal de aprendizaje: Las participaciones de los alumnos durante la exposición, el nuevo lenguaje con la que expresen sus ideas y respuestas, será una evidencia más de cuál ha sido su aprendizaje durante la Sesión 2. La evidencia escrita de aprendizaje, correspondiente a la actividad de cierre de la Sesión 2, son las respuestas a los incisos g y h. Ésta se



	entrega posterior al cierre de la sesión 2. Una vez finalizada la actividad de cierre de la Sesión 2, los alumnos entregan en hojas engrapadas, con su nombre, grupo y fecha de entrega escrito en la parte superior de cada hoja de trabajo escrito. El trabajo escrito que se recibe corresponde a las respuestas elaboradas para los incisos <i>f</i>, <i>f.1</i>, <i>f.2</i>, <i>f.3</i>, <i>f.4</i>, <i>g</i> y <i>h</i>. Cada una de las respuestas deben ser argumentadas indicando qué es lo que se muestra, cómo se obtiene, qué representa. Se espera que en las respuestas escritas que dé el alumno use el nuevo lenguaje matemático que se ha usado en el proceso de construcción de los aprendizajes, así como su lenguaje natural para dar las argumentaciones solicitadas. En la siguiente sesión de clase, se regresa a los alumnos las evidencias escritas de aprendizaje con las anotaciones de correcciones y ponderaciones hechas por la maestra, en la fecha que se convenga con los alumnos.
FORMA DE EVALUACIÓN	La evaluación de la evidencia verbal de aprendizaje se hace en tiempo real, por parte de la maestra y el grupo, avalando las respuestas o indicando lo que se deberá corregir. La evaluación formativa se ha llevado a cabo durante el proceso de construcción del aprendizaje de los alumnos. La maestra funge como acompañante del proceso de construcción del aprendizaje y ha brindado la retroalimentación y el andamiaje necesario para que los alumnos logren los aprendizajes esperados para la Actividad de Cierre de la Sesión 2. Aunado a lo anterior se ha llevado a cabo una retroalimentación grupal. La evaluación sumativa constará de dos etapas: 1. En la primera etapa el alumno entrega las respuestas correspondientes a los incisos <i>f</i>, <i>f.1</i>, <i>f.2</i>, <i>f.3</i>, <i>f.4</i>, <i>g</i> y <i>h</i>, del Taller “Hacer Galletas con Geogebra”, la gráfica hecha a mano y la redacción de las definiciones de Asíntota horizontal y vertical. Las respuestas deberán ser escritas con una redacción clara y con la ortografía correcta (ya sea en su palabra escrita o en la simbología matemática que se use), así como contener los nuevos conceptos que se han abordado durante la Sesión 2. La ponderación se hará de acuerdo a lista de cotejo (Anexo 2). La entrega de vuelta a los alumnos con las anotaciones y

ponderaciones, de acuerdo a la lista de cotejo (Anexo 2), hechas por la maestra se hace en la siguiente sesión de clase.

2. En la segunda etapa de evaluación sumativa, con duración de 60 minutos para los alumnos y 90 minutos para la profesora, de forma individual los alumnos entregan la corrección del taller completo y, en conjunto con la maestra, se analiza si las correcciones ameritan que la calificación provisional se modifique en aumento y se haga su registro. La corrección del taller se entrega con portada, la cual presenta el nombre del alumno, grupo, nombre de la actividad y un dibujo hecho a mano alusivo al Taller “Hacer Galletas con Geogebra”. La calificación final del taller incluye la ponderación correspondiente al trabajo escrito y así como al trabajo digital que se ha enviado por correo.

Anexos

Anexo 1: Taller semi-dirigido, de inicio, para la construcción de aprendizajes relacionados con las funciones racionales.

Guía para el profesor: Matemáticas IV Funciones Trigonómicas	Guía para el profesor: Matemáticas IV Funciones Trigonómicas				
 Galletas Modelado de función racional Actualmente, los alumnos que estén estudiando en el nivel medio superior, pueden recibir becas monetarias que sirvan de apoyo a sus estudios. Algunas de esas becas son: Prepa sí, Bécalos, Becas Servicio Social, de Titulación, Oportunidades, etc.¹ Sin embargo, debido a la precaria situación económica que permea en nuestro país, dichas becas no son brindan el suficiente capital para cubrir las necesidades de dinero de nuestros estudiantes. Para aumentar el ingreso económico, considera que vas a iniciar un negocio vendiendo galletas en un centro social. La inversión inicial en publicidad será de doscientos pesos y hacer cada galleta tiene un costo de cinco pesos. ¿En cuánto te conviene vender cada galleta?  Contesta con GeoGebra a) Escribe qué información es variable y qué información permanece constante. Posteriormente, define cómo representarás a la información que sea variable. ¹ http://www.becasemexico.com.mx/becas-media-superior (consultado el 04/04/2016). Seminario de álgebra y geometría	<table border="1"> <tbody> <tr> <td data-bbox="870 1199 1101 1444"> b) Escribe qué información está relacionada y cómo se relaciona. </td> <td data-bbox="1107 1199 1338 1444"> c) Escribe la función con la que es posible conocer cuánto tendrás que invertir en el negocio de venta de galletas. Describe cada elemento de la función. </td> </tr> <tr> <td data-bbox="870 1453 1101 1745"> d) Escribe la función con la que es posible conocer el costo promedio de cada galleta, según la cantidad de galletas que se hayan producido. Te puedes ayudar a formar la función contestando las siguientes preguntas: ¿Cuánto cuesta hacer cada galleta si sólo produces 2 unidades?, ¿en cuánto sale hacer cada galleta si produces 20, 50 o 150 unidades? </td> <td data-bbox="1107 1453 1338 1745"> e) Usa Geogebra para graficar la función. Ajusta la escala de los ejes hasta que se pueda observar el comportamiento de la función. ¿Qué rama de la función se relaciona con el contexto? Explica. </td> </tr> </tbody> </table> Seminario de álgebra y geometría	b) Escribe qué información está relacionada y cómo se relaciona.	c) Escribe la función con la que es posible conocer cuánto tendrás que invertir en el negocio de venta de galletas. Describe cada elemento de la función.	d) Escribe la función con la que es posible conocer el costo promedio de cada galleta, según la cantidad de galletas que se hayan producido. Te puedes ayudar a formar la función contestando las siguientes preguntas: ¿Cuánto cuesta hacer cada galleta si sólo produces 2 unidades?, ¿en cuánto sale hacer cada galleta si produces 20, 50 o 150 unidades?	e) Usa Geogebra para graficar la función. Ajusta la escala de los ejes hasta que se pueda observar el comportamiento de la función. ¿Qué rama de la función se relaciona con el contexto? Explica.
b) Escribe qué información está relacionada y cómo se relaciona.	c) Escribe la función con la que es posible conocer cuánto tendrás que invertir en el negocio de venta de galletas. Describe cada elemento de la función.				
d) Escribe la función con la que es posible conocer el costo promedio de cada galleta, según la cantidad de galletas que se hayan producido. Te puedes ayudar a formar la función contestando las siguientes preguntas: ¿Cuánto cuesta hacer cada galleta si sólo produces 2 unidades?, ¿en cuánto sale hacer cada galleta si produces 20, 50 o 150 unidades?	e) Usa Geogebra para graficar la función. Ajusta la escala de los ejes hasta que se pueda observar el comportamiento de la función. ¿Qué rama de la función se relaciona con el contexto? Explica.				

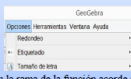


Guía para el profesor: Matemáticas IV

Funciones Trigonométricas

Antes de comenzar:

-En el menú de Opciones selecciona un redondeo de diez cifras decimales.



- Marca un punto en la rama de la función acorde al contexto.



f) Responde las siguientes preguntas, argumenta haciendo operaciones matemáticas y observaciones en la gráfica de la función.

f.1) Mueve el punto y contesta: ¿Qué sucede con el costo promedio por galleta al aumentar la cantidad de galletas producidas? Si se produce una cantidad inmensamente grande de galletas, ¿a qué cantidad se acerca el costo promedio? (Para hacer las operaciones que escoges tres números que tú consideres inmensamente grandes para producir galletas).

f.2) ¿A cuánto tiende la función (a qué cantidad se acerca) cuando la cantidad de galletas producidas tiende a ser infinita (la cantidad de galletas se acerca a una cantidad inmensamente grande)?

¿Se podría producir suficientes galletas como para que el costo promedio de producción llegue a ser igual o menor a cinco pesos?

Cantidad inmensa de galletas	Costo promedio

Seminario de álgebra y geometría

3

Guía para el profesor: Matemáticas IV

Funciones Trigonométricas

f.3) ¿Qué sucede con el costo promedio por galleta al disminuir la cantidad de galletas producidas? Si se disminuye la cantidad producida de galletas, ¿qué ocurre con el costo promedio?

f.4) Al producir una cantidad muy pequeña de galletas, como una galleta o media galleta o un cuarto de galleta, ¿a qué cantidad se acerca el costo promedio? (Al hacer las operaciones escoge tres números que tú consideres extremadamente pequeños para producir galletas).

Cantidad extremadamente pequeña de galletas	Costo promedio

¿A cuánto tiende la función (a qué cantidad se acerca) cuando la cantidad de galletas producidas tiende a ser mucho muy pequeña?

Seminario de álgebra y geometría

4

Guía para el profesor: Matemáticas IV

Funciones Trigonométricas

g) Considerando el contexto de la situación inicial, ¿cuál es el dominio y rango de la función?

h) Sin considerar el contexto, ¿cuál es el dominio y rango de la función?

i) Retoma la función inicial y modifícala considerando el dinero que quieres ganar con la venta de cada galleta. Analiza si es viable o no comenzar el negocio.

j) En geogebra, en la sección de *Vista*, selecciona *Protocolo de construcción*. Una vez que se pueda ver el protocolo de construcción selecciona *Exporta como página web*.

- El título será *Galletas*.
- En la opción de autoría escribe tu nombre completo.
- Escribe la fecha en la que harás la entrega de tu trabajo.
- Selecciona *Imagen del boceto*, *Incluir imágenes de todas las vistas abiertas*.
- *Protocolo a color*.
- Exporta y guarda el archivo con el nombre *huyo*.
- El archivo se guardará como un icono. Por medio de correo electrónico envía el archivo (icono) al correo de tu profesora o profesor en la fecha que te indique.

Seminario de álgebra y geometría

5



Anexo 2: Lista de Cotejo con descripción y puntaje asignado.

LISTA DE COTEJO “GALLETAS CON GEOGEBRA”				
ASPECTOS A CONSIDERAR	DESCRIPCIÓN	S Í	N O	PUNTAJE
INDICACIONES DE LA INSTRUCCIÓN	En la respuesta está toda la información que se pide.			1.5
LENGUAJE ESCRITO	a) La redacción permite entender de una forma clara y precisa la idea que da respuesta correcta a de lo que se pide responder.			2.5
	b) La ortografía es correcta.			
LENGUAJE MATEMÁTICO	c) La escritura matemática se relaciona de forma evidente con el lenguaje escrito.			2.5
	d) Se muestra el principio de equidad siempre que sea necesario.			
	e) Se muestran cada uno de los algoritmos, mismos que son correctos y acordes a lo que se pide responder.			
	f) La ortografía matemática es correcta.			
LENGUAJE GRÁFICO	g) La gráfica es la representación de la función algebraica.			2.5
	h) Se puede ver en los ejes cuál corresponde a la variable independiente y cuál a la dependiente, así como la información que representa cada uno de los ejes cartesianos.			
	i) Se ven la asíntota horizontal y la vertical, así como su ecuación correspondiente.			
	j) Se indica que parte de la gráfica			



	corresponde al contexto y qué parte no.			
TIC	En Geogebra, en la sección de Vista, selecciona Protocolo de construcción. Una vez que se pueda ver el protocolo de construcción selecciona Exporta como página web. k) El título será Galletas. l) En la opción de autoría escribe tu nombre completo. m) Escribe la fecha en la que harás la entrega de tu trabajo. n) Selecciona Imagen del boceto, Incluir imágenes de todas las vistas abiertas. o) Protocolo a color. p) Exporta y guarda el archivo con el nombre tuyo. q) El archivo se guardará como un icono. Por medio de correo electrónico envía el archivo (icono) al correo de tu profesora en la fecha que te indique.			1