



Documento de Planeación didáctica

PARTE GENERAL	
NOMBRE DEL PROFESOR	Luis Angel Vázquez Peralta
SUBSISTEMA Y NIVEL ACADÉMICO	Profesor de Asignatura A, Interino CCH Sur
ASIGNATURA / SEMESTRE O AÑO	Matemáticas II Segundo semestre
UNIDAD TEMÁTICA Y CONTENIDOS	Unidad 1. Ecuaciones cuadráticas 1.1 Problemas que dan lugar a ecuaciones cuadráticas con una incógnita 1.2 Resolución de ecuaciones cuadráticas. 1.3 Métodos de solución de la ecuación cuadrática $ax^2 + bx + c = 0$ 1.4 Factorización 1.5 Fórmula general para resolver una ecuación cuadrática 1.6 Discriminante y naturaleza de las raíces 1.7 Problemas de aplicación
OBJETIVOS DE LA UNIDAD	Objetivo general Que el alumno: Integre los métodos de resolución de ecuaciones cuadráticas: factorización, despeje, fórmula general y completar cuadrados, en la resolución de problemas relacionados con el modelado de funciones cuadráticas. Objetivos particulares Que el alumno: <ul style="list-style-type: none">● Reconozca los elementos que conforman una función cuadrática en su representación algebraica y gráfica.● Implemente la representación funcional en el modelo algebraico de una función cuadrática.● Interprete el significado de los elementos de la función cuadrática dentro de un contexto determinado.● Compare las gráficas de funciones cuadráticas a partir de su expresión



	<p>algebraica.</p> <ul style="list-style-type: none">● Clasifique el las raíces de una función cuadrática a partir del valor del discriminante.● Implemente los métodos de solución de las ecuaciones cuadráticas en el desarrollo de problemas relacionados con funciones cuadráticas.● Explique las características de una función cuadrática y su relación con la ecuación cuadrática.
DURACIÓN	1 sesión de 2 horas
POBLACIÓN	19 estudiantes de segundo semestre, de un curso regular de matemáticas II
BIBLIOGRAFÍA	<ul style="list-style-type: none">● Allen, R. (2008) <i>Álgebra intermedia</i>. México: Pearson.● García, M. (2005). <i>Matemáticas I para preuniversitarios</i>. México: Esfinge.● Miller, Charles D., Heeren, Vern E., Hornsby, John. (2013). <i>Matemática: razonamiento y aplicaciones</i>. 12a ed. México: Pearson, Addison Wesley.● Martínez, F. (2014), <i>Identificación de la ecuación cuadrática que modela un problema</i> http://www.objetos.unam.mx/matematicas/leccionesMatematicas/01/1_078/index.html consultado el día 16 de marzo de 2017.



Actividad 1. Actividad de inicio

TÍTULO DE LA ACTIVIDAD									
Relación entre la función cuadrática y la ecuación cuadrática									
OBJETIVO DE APRENDIZAJE	Que el alumno: identifique los elementos que conforman a una ecuación cuadrática a partir de su representación algebraica.								
RECURSOS	Geogebra								
DESCRIPCIÓN DE LAS ACTIVIDADES									
TAREAS EN EL ORDEN EN QUE SE REALIZAN	<p>Duración 20 minutos</p> <p>El profesor:</p> <ul style="list-style-type: none">• Recibe al grupo y les comenta que en la sesión actual van a recuperar las características de la ecuación cuadrática y elijan el método apropiado para su solución.• Le pide a algún estudiante que, de forma voluntaria le recuerde al grupos los elementos de una ecuación cuadrática (término cuadrático, lineal e independiente), y su relación con la función cuadrática.• Proporciona las ecuaciones cuadráticas de la tabla 1, las cuales son puras, para que los alumnos identifiquen los elementos que las componen: término cuadrático y término independiente.• NOTA: El profesor únicamente proporciona las ecuaciones cuadráticas, sin la función cuadrática asociada. <p>Tabla 1. Ejemplos de ecuaciones cuadráticas puras y su función asociada:</p> <table border="1"><thead><tr><th>Ecuación</th><th>Función asociada</th></tr></thead><tbody><tr><td>$x^2 - 100 = 0$</td><td>$f(x) = x^2 - 100$</td></tr><tr><td>$-5x^2 + 125 = 0$</td><td>$f(x) = -5x^2 + 125$</td></tr><tr><td>$10x^2 + 200 = 0$</td><td>$f(x) = 10x^2 + 200$</td></tr></tbody></table>	Ecuación	Función asociada	$x^2 - 100 = 0$	$f(x) = x^2 - 100$	$-5x^2 + 125 = 0$	$f(x) = -5x^2 + 125$	$10x^2 + 200 = 0$	$f(x) = 10x^2 + 200$
Ecuación	Función asociada								
$x^2 - 100 = 0$	$f(x) = x^2 - 100$								
$-5x^2 + 125 = 0$	$f(x) = -5x^2 + 125$								
$10x^2 + 200 = 0$	$f(x) = 10x^2 + 200$								



- Proporciona diversas funciones cuadráticas mixtas para que los alumnos identifiquen los elementos que las componen: término cuadrático y término lineal.

Tabla 2. Ejemplos de ecuaciones cuadráticas mixtas y su función asociada.

Ecuación	Función asociada
$x^2 - 100x = 0$	$f(x) = x^2 - 100x$
$-5x^2 + 125x = 0$	$f(x) = -5x^2 + 125x$
$10x^2 + 200x = 0$	$f(x) = 10x^2 + 200x$

- Proporciona diversas ecuaciones cuadráticas completas para que los alumnos identifiquen los elementos que las componen: término cuadrático y término lineal y término independiente.

Tabla 3. Ejemplos de ecuaciones cuadráticas y su función cuadrática asociada.

Ecuación	Función asociada
$x^2 - 10x + 21 = 0$	$f(x) = x^2 - 10x + 21$
$2x^2 + 4x - 30 = 0$	$f(x) = 2x^2 + 4x - 30$
$-2x^2 + 4x - 10 = 0$	$f(x) = -2x^2 + 4x - 10$

- Solicita que escriban las funciones cuadráticas asociadas a las funciones presentadas.
- Solicita que trabajen en parejas para esta actividad, pero que cada alumno realice sus propias anotaciones en su cuaderno.
- Pide que realicen una tabla de cuatro columnas, en la primera colocarán las ecuaciones proporcionadas de los tres tipos mencionados con anterioridad, en la segunda columna escribirán la función cuadrática asociada, en la tercera escribirán los elementos de cada ecuación cuadrática proporcionada y finalmente en la cuarta escribirán el nombre de la ecuación.



Tabla 4. Ejemplo de identificación de elementos, a partir de una ecuación cuadrática.

Ecuación cuadrática	Función cuadrática asociada	Elementos que la componen	Nombre
$10x^2 + 200x = 0$	$f(x) = 10x^2 + 200x$	Término cuadrático y lineal	Ecuación cuadrática mixta

- Revisa el trabajo de las parejas y resuelve las dudas que se presenten, inicia por apoyar a aquellos que no pueden distinguir los elementos de las funciones señalando que la potencia es un factor fundamental, después apoya a los que presentan confusiones menores, por ejemplo, apoya para que comprendan la diferencia entre la ecuación cuadrática y la función cuadrática.

Los alumnos:

- Trabajan por parejas
- Identifican los elementos que componen a una función cuadrática pura, a una mixta y a una completa.
- Solicitan ayuda al profesor en caso de necesitarla.
- Realizan sus anotaciones en su cuaderno mediante una tabla que muestre la ecuación cuadrática, sus elementos y la función cuadrática asociada.

EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE DEL ALUMNO	El alumno realiza las tablas de identificación de elementos para realizar una comparación entre las características de las funciones cuadráticas puras, mixtas y completas.
FORMA DE EVALUACIÓN	La evaluación es formativa pues se busca que los alumnos recuperen información referente con los elementos de la ecuación cuadrática, las tablas entregadas deberán de contener la información de la tabla 4.

Actividad 2. Actividad de desarrollo

TÍTULO DE LA ACTIVIDAD	Métodos de solución de la ecuación cuadrática
OBJETIVO DE APRENDIZAJE	Que el alumno: <ul style="list-style-type: none"> ● Identifique los métodos de solución de la ecuación cuadrática a partir de sus elementos.



	<ul style="list-style-type: none">• Clasifique las gráficas de las funciones con base en el tipo de solución de la ecuación cuadrática asociada a la función.
RECURSOS	Grupo de Facebook Geogebra
DESCRIPCIÓN DE LAS ACTIVIDADES	
TAREAS EN EL ORDEN EN QUE SE REALIZAN	<p>Duración: 70 minutos</p> <p>Es importante que previo a la sesión el profesor solicite a los alumnos que descarguen la aplicación de Geogebra sus teléfonos móviles, la cual está disponible de forma totalmente gratuita en la App Store o en la Play Store.</p> <p>El profesor:</p> <ul style="list-style-type: none">• De forma grupal retoma las evidencias de aprendizaje de la evaluación de la actividad de inicio, es decir, las tablas de identificación de elementos.• Indica que cada tipo de ecuación cuadrática requiere de un método de solución diferente.• Escribe un ejemplo de una ecuación cuadrática pura y solicita que alguien la resuelva por despeje.• Indica que este tipo de ecuaciones tienen dos posibles tipos de soluciones: reales, cuando se calcula una raíz de un número positivo y complejas cuando se calcula a raíz de un número negativo, en este caso la función no corta al eje de las abscisas• Escribe una ecuación cuadrática mixta y propone que la solucionen con el método de factorización - despeje, ya que no se puede aplicar un despeje dados los términos cuadrático e independiente• Hace énfasis en que una de las soluciones de la ecuación cuadrática mixta siempre es igual a cero.• Escribe una ecuación cuadrática completa y propone que la solucionen con el método de completar cuadrados o con el de la fórmula general.• Hace énfasis en que las soluciones de esta ecuación solamente serán reales cuando sea posible calcular la raíz cuadrada. Retoma entonces el concepto de discriminante e indica que cuando éste sea positivo las raíces serán reales y distintas, cuando sea cero las raíces serán iguales y cuando sea negativo serán complejas, por lo que la gráfica de la función asociada no cortará al eje de las abscisas.• Solicita que con lo visto, resuelvan las ecuaciones de la actividad de inicio, que obtengan el valor del discriminante y que grafiquen con ayuda de Geogebra para que realicen el análisis completo de las funciones en el que deberán de hacer un bosquejo de la gráfica antes de introducirla al graficador.• Pedirá que al graficar relacionen el discriminante con los tipos de soluciones



	<p>obtenidas de la ecuación cuadrática.</p> <ul style="list-style-type: none">● Solicita que hagan una interpretación del significado de la ecuación cuadrática en la gráfica de la función, para ello recomienda que utilicen el zoom de la aplicación y pongan especial atención en los cortes con el eje de las abscisas.● Pide que grafiquen en el mismo plano únicamente las funciones asociadas a ecuaciones cuadráticas puras, que tomen una captura de pantalla, que reinicien la aplicación y realicen el mismo procedimiento con las mixtas y completas.● Pide que este trabajo se realice por equipos de máximo cuatro personas.● Supervisa el trabajo en equipos y se asegura de que todos los integrantes participen en la resolución de las ecuaciones, en caso de que requieran ayuda con el procedimiento apoya con preguntas guía, para no dar la solución.● Supervisa que hagan uso adecuado de Geogebra para obtener las gráficas de las funciones.● En caso de que tengan problemas con la gráfica los apoya con base en su desarrollo algebraico. <p>Los alumnos:</p> <ul style="list-style-type: none">● Forman equipos.● Realizan los cálculos del discriminante.● Resuelven las ecuaciones proporcionadas por el profesor.● Realizan los bosquejos de las gráficas de las funciones de segundo grado asociadas a las ecuaciones resueltas.● Comparan las gráficas de las funciones asociadas a ecuaciones mixtas con las asociadas a funciones mixtas.● Distingue la forma de las gráficas de las funciones asociadas a las ecuaciones puras, mixtas y completas.
EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE DEL ALUMNO	Anotaciones de los alumnos en el cuaderno y realización de las gráficas con Geogebra.
FORMA DE EVALUACIÓN	La evaluación es formativa pues se pretende que en el trabajo en equipo todos los integrantes puedan desarrollar los conocimientos relacionados con la ecuación cuadrática, como complemento de la tabla de identificación de elementos, se deberá de anexar una columna que incluya el nombre del método de solución apropiado y el procedimiento de resolución de cada ecuación proporcionada, éste último no necesariamente se debe de incluir en tabla dada la extensión de los procedimientos, además se deberá de incluir el bosquejo de las gráficas junto con el procedimiento de solución.



Ejemplos de gráficas de funciones asociadas a ecuaciones: pura, mixta y completa, realizadas con Geogebra.

Actividad 3. Actividad de cierre

TÍTULO DE LA ACTIVIDAD	Relación entre ecuación y función cuadrática a partir de sus elementos y raíces.
OBJETIVO DE APRENDIZAJE	Que el alumno: Integre los métodos de solución de la ecuación cuadrática y las características de la función cuadrática en la resolución de problemas.
RECURSOS	Geogebra Grupo de Facebook Teléfono con acceso a internet REA: http://www.objetos.unam.mx/matematicas/leccionesMatematicas/01/1_078/index.html
DESCRIPCIÓN DE LAS ACTIVIDADES	
TAREAS EN EL ORDEN EN QUE SE REALIZAN	Duración: 30 minutos El profesor:



- El profesor solicita a los estudiantes que ingresen a la página http://www.objetos.unam.mx/matematicas/leccionesMatematicas/01/1_078/index.html en sus teléfonos, este link lo comparte en Facebook para facilitar el ingreso al recurso.
- Pide que lean con detenimiento el ejemplo mostrado en el recurso ya que lo retomarán en la entrega de su producto de evaluación.
- Propone ejercicios en los que sea necesario plantear una ecuación cuadrática, para ello les recomienda seguir el procedimiento presentado en el link que consultaron en internet.

Ejemplos de problemas para proponer:

- A) Dentro de 11 años la edad de Pedro será la mitad del cuadrado de la edad que tenía hace 13 años. Calcula la edad de Pedro.
 - B) Dos números naturales se diferencian en dos unidades y la suma de sus cuadrados es 580. ¿Cuáles son esos números?
 - C) Para vallar una finca rectangular de 750 m^2 se han utilizado 110 m de cerca. Calcula las dimensiones de la finca.
- Asesora a los estudiantes que requieran ayuda para el planteamiento de las ecuaciones.
 - Solicita que interpreten los resultados obtenidos de los problemas.
 - Pide que cada equipo elabore una presentación en la que incluyan toda la información vista referente a la ecuación cuadrática y su relación con la función cuadrática.
 - Para que los equipos tengan los elementos suficientes para poder elaborar su presentación, el profesor se debe de asegurar que todos los equipos hayan resuelto al menos uno de los problemas propuestos, que realicen de forma verbal una interpretación de los resultados, esta se deberá de escribir y deberá de ser leída por el equipo ante el profesor.
 - En caso de que la interpretación de los resultados no sea adecuada, el profesor deberá de utilizar preguntas para que los alumnos puedan detectar las inconsistencias de sus argumentos, o incluso, la inconsistencias de sus resultados, para lograr esto se requiere de habilidad para utilizar el contexto y elaborar las preguntas adecuadas. Ejemplos de preguntas: ¿La edad de Pedro satisface las condiciones del problema? ¿Los números que obtuviste son naturales? ¿Las dimensiones que obtuviste cumplen con el cálculo de área y perímetro a la vez?



	<p>Ejemplos de problemas para proponer:</p> <p>A) Dentro de 11 años la edad de Pedro será la mitad del cuadrado de la edad que tenía hace 13 años. Calcula la edad de Pedro.</p> <p>B) Dos números naturales se diferencian en dos unidades y la suma de sus cuadrados es 580. ¿Cuáles son esos números?</p> <p>C) Para vallar una finca rectangular de 750 m² se han utilizado 110 m de cerca. Calcula las dimensiones de la finca.</p> <p>Los alumnos:</p> <ul style="list-style-type: none">● Resuelven los ejercicios propuestos siguiendo el procedimiento mostrado en el link proporcionado en el grupo de Facebook.● Plantean sus dudas al profesor.● Evalúan sus resultados utilizando el contexto de los problemas.● Entregan sus evidencias de trabajo al profesor.● Leen sus interpretaciones de forma verbal ante el profesor para que éste emita un juicio sobre su procedimiento y autoevaluación.● Se organizan en equipos para elaborar su presentación.
EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE DEL ALUMNO	Presentación en Power Point, por equipos, en la que incluyan una síntesis de los métodos de solución de la ecuación cuadrática y su relación con la función cuadrática y que además expliquen cómo se aplica en la resolución de un problema concreto, esta actividad se pide para la clase posterior permitiendo que los alumnos asimilen lo aprendido.
FORMA DE EVALUACIÓN	Para evaluar la presentación se utilizarán los siguientes criterios: <ul style="list-style-type: none">● Presenta portada con nombres de los integrantes, título del trabajo e institución a la que pertenecen (1 punto).● Describe la ecuación cuadrática con base en sus elementos (1 punto).● Clasifica la ecuación cuadrática con base en sus elementos (1 punto).● Relaciona las ecuaciones cuadráticas con la gráfica de funciones cuadráticas (1 punto).● Distingue los métodos de solución adecuados a cada tipo de ecuación cuadrática (1 punto).● Define el discriminante (1 punto).● Relaciona el discriminante con la ecuación cuadrática y con la gráfica de la función de segundo grado asociada (1 punto).● Ejemplifica la solución de un problema que requiera del planteamiento de una ecuación cuadrática, lo resuelve e interpreta los resultados obtenidos siguiendo el ejemplo presentado en el REA (3 puntos).



Anexos

Ejemplo de producto Muy bueno, es decir que cumple con la mayoría de los criterios de evaluación

<https://drive.google.com/file/d/0B6GlgWBd1zDCbWRhNmZQdnN0a28/view?usp=sharing>

Ejemplo de producto regular, es decir que cumple con un gran porcentaje de los criterios de evaluación pero que presenta errores que son importantes en el análisis de la ecuación cuadrática.

<https://drive.google.com/file/d/0B6GlgWBd1zDCMVfzY0xXOTV4c3c/view?usp=sharing>

Ejemplo de producto con deficiencias, el cual carece de varios elementos de los criterios de evaluación o que presenta errores conceptuales o información incompleta.

<https://drive.google.com/file/d/0B6GlgWBd1zDCdUfKZ0NEQjkwcmM/view?usp=sharing>