

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

COLEGIO DE CIENCIAS Y HUMANIDADES PLANTEL AZCAPOTZALCO

“DIPLOMADO “RECURSOS DIGITALES EN LA PLANEACIÓN DIDÁCTICA”

ASIGNATURA MATEMÁTICAS

ING. VICTOR GABRIEL OLIVA HUERTA

VERSIÓN FINAL

Planeación didáctica

PARTE GENERAL	
NOMBRE DEL PROFESOR	Ing. Víctor Gabriel Oliva Huerta
SUBSISTEMA Y NIVEL ACADÉMICO	Bachillerato, Escuela Nacional Colegio de Ciencias y Humanidades Plantel 1 Azcapotzalco
ASIGNATURA / SEMESTRE O AÑO	Matemáticas 2 Se imparte a los alumnos que cursan el segundo semestre en el Colegio de Ciencias y Humanidades
UNIDAD TEMÁTICA Y CONTENIDOS	<p>Unidad 2 “Funciones Cuadráticas”</p> <ul style="list-style-type: none">Situaciones que involucran cambio y dan origen a funciones cuadráticas.Estudio gráfico, analítico y contextual de la función $y = ax^2 + bx + c$, en particular: $y = ax^2$$y = ax^2 + c$$y = a(x - h)^2 + k$Ceros de la función.La función $y = ax^2 + bx + c$ y sus propiedades gráficas: <i>Concavidad</i> <i>Ramas ascendentes o descendentes</i> <i>Vértice $V(h, k)$</i> <i>Valor máximo o mínimo</i> <i>Eje de Simetría</i>Forma estándar $y = a(x - h)^2 + k$.Problemas de aplicación.
OBJETIVOS DE LA UNIDAD	<p>El alumno:</p> <p>Analizará el comportamiento de las funciones cuadráticas en términos de sus parámetros mediante la contrastación de la representación gráfica y analítica. Resolverá problemas de optimización con métodos algebraicos, a fin de continuar con el estudio de las funciones a partir de situaciones que varían en forma</p>

	cuadrática y contrastará este tipo de variación con la lineal.
DURACIÓN	15 horas aproximadamente: 6 clases de 2 horas 3 clases de 1 hora Trabajo extraclase de 7 a 8 horas.
POBLACIÓN	21 alumnos
BIBLIOGRAFÍA	<p>Bibliografía</p> <p>Miller, Charles D., Heeren, Vern E., Hornsby, John. (2013). Matemática: razonamiento y aplicaciones. (12ª. ed.) México: Pearson. Addison Wesley.</p> <p>García, M. (2005). Matemáticas I para preuniversitarios. México: Esfinge. Smith, S., Charles R., Dossey J., Keedy M., y Bittinger M., (2001). Álgebra. México: Pearson.</p> <p>Swokowski, E. y Cole, J. (2011). Álgebra y trigonometría con geometría analítica. México: Cengage</p> <p>Polya, G. (1981). Cómo plantear y resolver problemas (1ª ed., 9ª reimp. ed.). México: Trillas. Rees, P. y Sparks, F. (2005). Álgebra. México: Reverte. Smith, S., Charles R., Dossey J., Keedy M., y Bittinger M., (2001). Álgebra. México: Pearson.</p> <p>Páginas de internet</p> <p>http://thales.cica.es/rd/Recursos/rd99/ed99-0416-02/indice.htm</p>

Actividad 1. Actividad de inicio
(Esta actividad se realiza para empezar a trabajar una unidad temática)

TÍTULO DE LA ACTIVIDAD	SITUACIONES QUE INVOLUCRAN CAMBIO Y DAN ORIGEN A FUNCIONES CUADRÁTICAS.
OBJETIVO DE APRENDIZAJE	<p>El alumno:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Analizara problemas que dan lugar a una función cuadrática. • Obtendrá un modelo algebraico que represente el problema. • Modelará dichos problemas gráficamente y determina la solución.
RECURSOS	<p>La clase se llevará a cabo en salón de clases por lo que el material a utilizar será:</p> <p>Plumones Pintarrón hojas blancas Hojas milimétricas Lápiz Pluma Juego geometría</p> <p>BIBLIOGRAFÍA</p> <p>Stewart, J., Redlin, L., & Watson, S. (2012). <i>PRECÁLCULO Matemáticas para el Cálculo</i>. México.</p> <p>Smith, S. A., Charles, R. I., Dossey, J. A., Keedy, M. L., & Bittinger, M. L. (2001). Resolución de problemas: Ecuaciones Cuadráticas. En S. A. Smith, R. I. Charles, J. A. Dossey, M. L. Keedy, & M. L. Bittinger, <i>Álgebra</i> (págs. 563-569). México: Pearson Educación de México, S.A. de C.V. y Addison Wesley Iberoamerica, S.A.</p> <p>PÁGINAS DE INTERNET</p> <p>International Geogebra Institute. (2015). Manual de Geogebra. Referencia consultada el 28 de noviembre de 2015 a las 23:41 hrs. de http://wiki.geogebra.org/es/Tutoriales</p> <p>Google Drive https://www.google.com/intl/es-419/drive/</p> <p>Catálogos de la DGB (TESIUNAM y LIBRUNAM), Dirección General de Bibliotecas de la UNAM http://www.dgb.unam.mx/ o http://bibliotecas.unam.mx/</p> <p>Página de la RUA (Red Universitaria de Aprendizaje) www.rua.unam.mx</p> <p>Education., I. M. (s.f.). <i>Red Universitaria de Aprendizaje</i>. Recuperado el 22 de marzo de 2017, de Aplicaciones de las Funciones Cuadráticas: http://www.montereyinstitute.org/courses/Algebra1/COURSE_TEXT_RESOURCE/U10_L2_T1_text_final_es.html</p> <p>Soto Apolinar, E. (7 de 08 de 2010). <i>Red Universitaria de Aprendizaje (RUA)</i>. Recuperado el 22 de 03 de 2017, de La Función Cuadrática: http://www.aprendematematicas.org.mx/notas/funciones/DGB4_2_1_4.pdf</p> <p>TIC que se utilizarán</p>

	<p>Cuenta de correo electrónico en GMAIL. Crear y consultar documentos en GOOGLE DRIVE. GEOGEBRA para realizar gráficos. Los alumnos deberán tener cuenta en GMAIL para poder ocupar GOOGLE DRIVE.</p>
DESCRIPCIÓN DE LAS ACTIVIDADES	
TAREAS EN EL ORDEN EN QUE SE REALIZAN	<p>Trabajo previo a la clase 1 (para profesor y alumnos, si aplica)</p> <p>Los alumnos desarrollarán la siguiente investigación, en la bibliografía sugerida y algunos elementos de internet, considerando como medios la RUA y GOOGLE, teniendo en cuenta algunas referencias de búsqueda.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Función • Función Lineal • Función Cuadrática • Elementos o características de las funciones • Soluciones o raíces de las funciones • Gráfica de una función cuadrática <p>Se recomiendan documentos como en las siguientes ligas: http://www.aprendematematicas.org.mx/notas/funciones/DGB4_2_1_4.pdf http://www.montereyinstitute.org/courses/Algebra1/COURSE_TEXT_RESOURCE/U10_L2_T1_text_final_es.html</p> <p>Trabajo durante la clase 1 (para profesor y alumnos) 2 horas clase</p> <p>Profesor: Se explica el objetivo de la unidad, temas a revisar, actividades y forma de evaluación. Se inicia la primera sesión abordando un problema de la vida cotidiana con el cual se propicia un debate de cómo iniciar el análisis del problema.</p> <p>EJEMPLO</p> <p>El volumen de un cilindro es de 100 cm^3. Expresar el área total en función del radio.</p> <div data-bbox="691 1413 1070 1657" data-label="Image"> </div> <p>Pensamos en un cilindro, sabemos que la fórmula para obtener el volumen de un cilindro es:</p> $V = A_B h$ <p>en donde:</p> $A_B = \text{Área de la Base}$ $h = \text{Altura}$ <p>Ahora se nos pide expresar el área en función del radio, tenemos que el área de un cilindro la calculamos con la siguiente fórmula:</p> $A_{\text{cilindro}} = A_{\text{Bases}} + A_{\text{Cara lateral}}$ $A_{\text{Bases}} = 2\pi r^2$

$$A_{\text{Cara Lateral}} = \pi D$$

Durante el análisis se promueven diferentes estrategias para solucionar el problema, y se propone una **Guía para la resolución de problemas**.

- Se realiza un croquis si es necesario, una lista de datos y lo principal que es lo que se necesita encontrar.
- Se analizan los métodos propuestos para resolver el problema
- Generamos un modelo algebraico que modele el problema y realizamos su gráfica que representa dicho modelo algebraico.
- Finalmente se concluye el resultado del problema y se comprueba que es la solución a dicho problema. **(90 min.)**

Alumnos:

Se proponen ejercicios que resolverán en equipo propiciando trabajo colaborativo. **(30 min.)**

Nota: Los equipos se forman utilizando “**la Técnica de la Rejilla**”, (Seleccionarán un color con el cual se identificara al equipo).

Trabajo extraclase para profesor y alumnos (entre clase 1 y clase 2)

Ya organizados en equipos los alumnos investigarán al menos tres situaciones que den origen a una función cuadrática.

Se pide que analicen el siguiente documento que presenta algunas situaciones que dan origen a una función cuadrática y a partir de ello presentar sus ejemplos:

http://www.montereyinstitute.org/courses/Algebra1/COURSE_TEXT_RESOURCE/U10_L2_T1_text_final_es.html

Si se requiere hacer gráficos, tendrán que realizarlos en GEOGEBRA y la tabulación con ayuda de Excel, aplicando la fórmula, para facilitar su procedimiento.

(1 hora.)

Trabajo durante la clase 2 (para profesor y alumnos)

2 horas clase.

Se seleccionarán los tres mejores problemas para que los expongan frente a grupo, se propone un tiempo estimado de 10 min para que nos platique sobre el problema o situación que investigaron. **(30 min.)**

Los archivos serán seleccionados en base a la siguiente rúbrica:

CONCEPTOS / RUBROS	NIVEL			
	4.-EXCELENTE	3.- SATISFACTORIO	2.- PUEDE MEJORAR	1.-INADECUADO
Apoyos utilizados en la presentación sobre el tema. Figuras, croquis, esquemas, fórmulas ,etc.	Utiliza distintos recursos que fortalecen la presentación del tema	Utiliza pocos recursos que fortalecen la presentación del tema	Utiliza uno o dos recursos pero la presentación del tema es deficiente	No utiliza recursos adicionales en la presentación del tema
Comprensión del tema. Analiza qué es lo que se requiere para resolverlo y propone un modelo matemático que	Contesta con precisión todas las preguntas planteadas sobre el tema	Contesta con precisión la mayoría de las preguntas planteadas sobre el tema	Contesta con precisión algunas preguntas sobre el tema	No contesta las preguntas planteadas

	avala el problema.																																																										
	Dominio de estrategias de búsqueda de información. Formas de solucionar el problema que al exponer lo sus compañeros lo comprendan	Demuestra dominio de estrategias de búsqueda	Demuestra un nivel satisfactorio de dominio de estrategias de búsqueda	Demuestra dominio de algunas estrategias de búsqueda	No domina estrategias de búsqueda																																																						
EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE DEL ALUMNO	<p>Documento elaborado en GOOGLE DRIVE compartido con el profesor con derechos de edición.</p> <p>Elementos del trabajo:</p> <p>Portada</p> <p>Problemas seleccionados</p> <p>Solución del problema, ecuaciones realizadas con el editor de fórmulas</p> <p>Gráficos para mejor comprensión</p> <p>Solución del problema</p> <p>Conclusiones finales</p> <p>Trabajo impreso para la exposición.</p> <p>Lista de materiales a ocupar en las exposiciones, por si requieren proyector.</p>																																																										
FORMA DE EVALUACIÓN	<p>Lista de Cotejo</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="3">Profesor:</th><th colspan="2">Equipo:</th><th>Grupo:</th></tr> <tr> <th>N°</th><th>Descripción</th><th>Ejecución</th><th>Ponderación</th><th>Calificación</th><th>Observación</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td><td>Trabajo impreso</td><td></td><td>1.0</td><td></td><td></td></tr> <tr> <td>2</td><td>Trabajo compartido en GOOGLE DRIVE</td><td></td><td>2.0</td><td></td><td></td></tr> <tr> <td>3</td><td>Procedimientos</td><td></td><td>1.0</td><td></td><td></td></tr> <tr> <td>4</td><td>Identifica y Modela el problema</td><td></td><td>2.0</td><td></td><td></td></tr> <tr> <td>5</td><td>Realiza Tabulación y Gráficos.</td><td></td><td>1.0</td><td></td><td></td></tr> <tr> <td>6</td><td>Realiza operaciones necesarias para hallar la solución.</td><td></td><td>1.0</td><td></td><td></td></tr> <tr> <td>7</td><td>Conclusión del problema.</td><td></td><td>2.0</td><td></td><td></td></tr> </tbody> </table>					Profesor:			Equipo:		Grupo:	N°	Descripción	Ejecución	Ponderación	Calificación	Observación	1	Trabajo impreso		1.0			2	Trabajo compartido en GOOGLE DRIVE		2.0			3	Procedimientos		1.0			4	Identifica y Modela el problema		2.0			5	Realiza Tabulación y Gráficos.		1.0			6	Realiza operaciones necesarias para hallar la solución.		1.0			7	Conclusión del problema.		2.0		
Profesor:			Equipo:		Grupo:																																																						
N°	Descripción	Ejecución	Ponderación	Calificación	Observación																																																						
1	Trabajo impreso		1.0																																																								
2	Trabajo compartido en GOOGLE DRIVE		2.0																																																								
3	Procedimientos		1.0																																																								
4	Identifica y Modela el problema		2.0																																																								
5	Realiza Tabulación y Gráficos.		1.0																																																								
6	Realiza operaciones necesarias para hallar la solución.		1.0																																																								
7	Conclusión del problema.		2.0																																																								

	Calificación de actividad	10.0		
--	---------------------------	------	--	--

Anexos.

Agregue todos los anexos que sean necesarios para el buen desempeño de la actividad planteada, por ejemplo:

Anexo 1. Artículo en PDF (si es el caso)

Anexo 2.

Se recomienda ver algunos videos para analizar cómo pueden llevar a cabo sus problemas

<https://youtu.be/udwq50v7ECs>

https://youtu.be/aQV_aVQmR5c

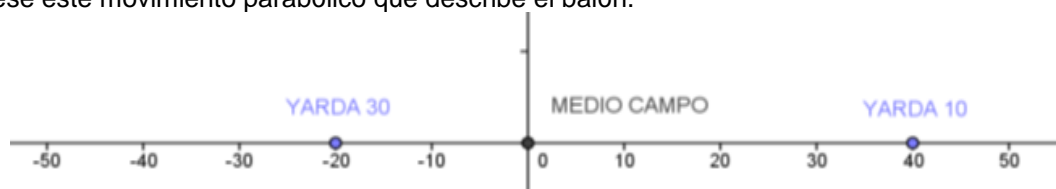
Anexo 3. Rúbrica de evaluación.

Anexo 4. Ejemplo de trabajo.

ACTIVIDAD 1

El volumen de un cilindro es de 100 cm^3 . Expresar el área total en función del radio.

En un partido de fútbol americano la patada inicial se hace de la yarda treinta y llega a la yarda 10 del equipo contrario. Si tomamos como origen el centro del campo, entonces la patada inicial se hace en la yarda -20 y llega a la yarda 40. Si alcanza una altura máxima de 35 m, realiza la conversión a yardas de la altura, para manejar las mismas escalas (1 yarda= 0.9144 m). Determinar una función que exprese este movimiento parabólico que describe el balón.



Se tiene un cable conductor de energía de 40 m de largo para conectar equipos en una planta termoeléctrica. Si con el cable se forma un rectángulo cuando los equipos quedan conectados. Determina la función cuadrática correspondiente y a partir de ella responde:

- ¿Cuál es la función que modela el área cercada por el cable?
- ¿Cuáles serán las dimensiones del rectángulo que permite alcanzar el área máxima posible?
- ¿Cuál es el valor del área máxima?

Actividad 2. Actividad de desarrollo

(Esta actividad se realiza para trabajar a lo largo de una unidad temática)

TÍTULO DE LA ACTIVIDAD	Estudio gráfico, analítico y contextual de la función: $y = ax^2 + bx + c$
OBJETIVO DE APRENDIZAJE	<p>El alumno:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Tabulará y graficará diferentes funciones lineales y cuadráticas • Comprenderá la diferencia entre ambas funciones • Analizará las características que tienen las funciones cuadráticas y realizará sus propias conclusiones.

	<ul style="list-style-type: none"> ● Determinará los ceros de una función cuadrática. <p>El alumno será capaz de valorar lo aprendido en clase con papel y lápiz, con lo cual el simulador o aplicación en internet facilitara la comprensión del tema.</p>
RECURSOS	<p>La clase se llevará a cabo en salón de clases por lo que el material a utilizar será:</p> <p>Plumones Pintarrón hojas blancas Hojas milimétricas Lápiz Pluma Juego geometría</p> <p>BIBLIOGRAFÍA</p> <p>Stewart, J., Redlin, L., & Watson, S. (2012). <i>PRECÁLCULO Matemáticas para el Cálculo</i>. México.</p> <p>Smitth, S. A., Charles, R. I., Dossey, J. A., Keedy, M. L., & Bittinger, M. L. (2001). Resolución de problemas: Ecuaciones Cuadráticas. En S. A. Smitth, R. I. Charles, J. A. Dossey, M. L. Keedy, & M. L. Bittinger, <i>Álgebra</i> (págs. 563-569). México: Pearson Educación de México, S.A. de C.V. y Addison Wesley Iberoamericana, S.A.</p> <p>Páginas de Internet</p> <p>Google Drive https://www.google.com/intl/es-419/drive/ Aplicación para comprobar resultados. http://thales.cica.es/rd/Recursos/rd99/ed99-0416-02/indice.htm</p> <p>TIC que se utilizarán Crear y consultar documentos en Google Drive Geogebra para realizar gráficos Aplicación de internet para verificar resultados.</p>
DESCRIPCIÓN DE LAS ACTIVIDADES	
TAREAS EN EL ORDEN EN QUE SE REALIZAN	<p>Trabajo durante la clase 2 continuación (para profesor y alumnos) 2 horas clase.</p> <p>Al haber ocupado 30 minutos al cierre de la actividad pasada, el profesor explicará los objetivos de esta nueva actividad, el trabajo es individual y se entregará en GOOGLE DRIVE.</p> <p>Tomando en cuenta la última exposición se pide a los integrantes del equipo que tabulen y grafique la situación expuesta clase.</p> <p>En donde el profesor expondrá las características relevantes de las funciones cuadráticas.</p> <p>Se analizaran ciertas características relevantes dentro de la tabulación y mencionaran atajos para graficar más rápido las funciones cuadráticas a partir de encontrar las soluciones, considerando la función como una ecuación de segundo grado al igualarla a cero y determinar sus soluciones algebraicamente, por los métodos aprendidos en la unidad pasada. Considerando que los métodos de solución para ecuaciones de segundo grado con una incógnita, vistos en la unidad pasada son:</p> <ul style="list-style-type: none"> ● Factorización ● Completando el Trinomio Cuadrado Perfecto ● Fórmula General (45 min.)

	<p>Se proponen dos ejemplos que faciliten su comprensión. Ejemplos en el anexo siguiente. (25 min.)</p> <p>A partir de los ejemplos realizados por el profesor se proponen 5 ejercicios que desarrollarán durante la sesión presencial, se calificarán los que hayan realizado y los otros que falten los realizan como actividad extra clase.</p> <p>En base a los ejercicios desarrollados en clase se analizaran las deficiencias que tengan los alumnos en cuanto al trinomio cuadrado perfecto, para facilitar la comprensión del tema.</p> <p>Trabajo extraclase para profesor y alumnos (entre clase 2 y clase 3) 90 min. extraclase</p> <p>A partir de los ejercicios vistos en clase se generará un documento en GOOGLE DRIVE se resolverán los mismos ejercicios y se verificará su resultado con ayuda de una aplicación que se encuentra en la siguiente URL: http://thales.cica.es/rd/Recursos/rd99/ed99-0416-02/indice.htm</p> <p>En donde se pedirá al alumno generará capturas de pantalla en donde comprobará sus resultados para generar el documento pedido en GOOGLE DRIVE.</p> <p>Se realizará una pequeña presentación en la cual se mostrará a los alumnos cómo trabajar en GOOGLE DRIVE, para afinar detalles en cuanto a edición de fórmulas e integración de imágenes.</p> <p>Elementos del trabajo:</p> <p>Portada</p> <p>Ejercicios realizados algebraicamente con ayuda del editor de ecuaciones (como ya se mencionó se realizará una pequeña presentación para edición de fórmulas en drive).</p> <p>Gráficos Realizados en GEOGEBRA y se pondrán las gráficas del color del equipo, texto con características de la parábola e intersecciones con los ejes. (En este caso se realizará una presentación de cómo trabajar en el software y cómo exportar gráficos en el software).</p> <p>Capturas de pantalla verificando sus resultados con ayuda de la aplicación que se encuentra en la red.</p> <p>Conclusiones finales</p>																								
EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE DEL ALUMNO	<p>Documento elaborado en GOOGLE DRIVE compartido con el profesor con derechos de edición.</p> <p>Elementos del trabajo</p> <ul style="list-style-type: none">➔ Portada➔ Ejercicios resueltos algebraicamente➔ Representación gráfica en GEOGEBRA➔ Capturas de pantalla utilizando la aplicación sugerida para comprobar resultados algebraicos.➔ Conclusiones.																								
FORMA DE EVALUACIÓN	<table><tr><th colspan="3">Profesor:</th><th colspan="2">Alumno:</th><th>Grupo:</th></tr><tr><th>N°</th><th>Descripción</th><th>Ejecución</th><th>Ponderación</th><th>Calificación</th><th>Observaciones</th></tr><tr><td>1</td><td>Portada</td><td></td><td>1.0</td><td></td><td></td></tr><tr><td>2</td><td>Procedimiento</td><td></td><td>2.0</td><td></td><td></td></tr></table>	Profesor:			Alumno:		Grupo:	N°	Descripción	Ejecución	Ponderación	Calificación	Observaciones	1	Portada		1.0			2	Procedimiento		2.0		
Profesor:			Alumno:		Grupo:																				
N°	Descripción	Ejecución	Ponderación	Calificación	Observaciones																				
1	Portada		1.0																						
2	Procedimiento		2.0																						

		algebraico				
	3	Tabulación y Gráficos		2.0		
	4	Capturas de Pantalla de la aplicación		2.0		
	5	Conclusiones		1.0		
	6	Trabajo en GOOGLE DRIVE compartido		2.0		
		Calificación Actividad		10.0		

Anexos

EJERCICIOS PROPUESTOS

ACTIVIDAD 2

Tabula, gráfica y determina las raíces de las siguientes funciones:

- a) $f(x) = 2x^2 - 8x + 6$
- b) $f(x) = -2x^2 + 2x + 12$
- c) $f(x) = x^2 - x - 20$
- d) $f(x) = x^2 + 4x - 3$
- e) $f(x) = x^2 + 2x + 5$

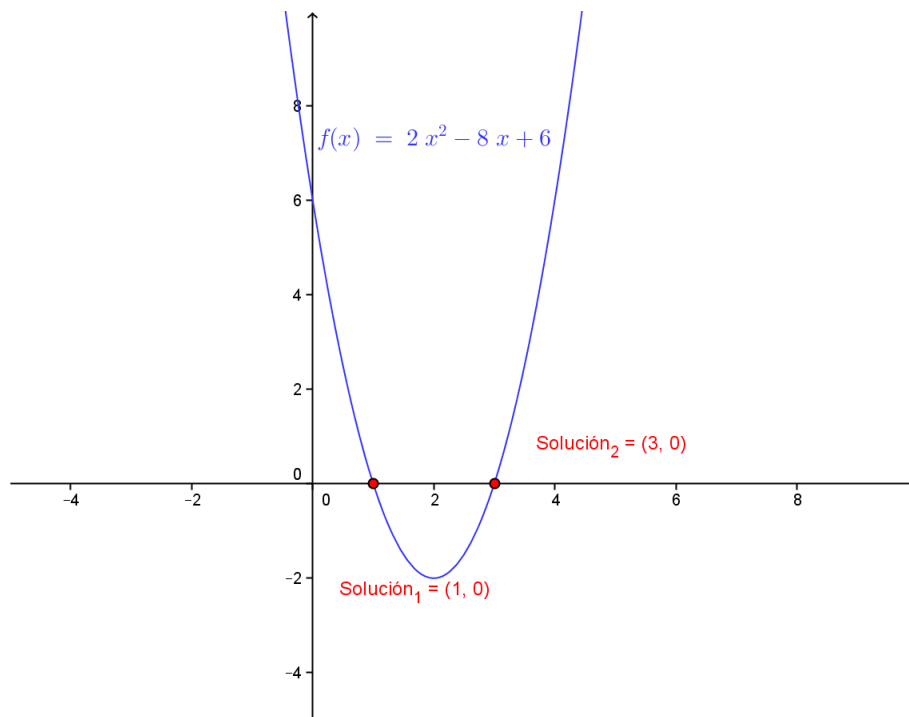
Se proponen estos otros ejercicios para tener más opciones a la hora de trabajar con los alumnos e incluso trabajo extraclase:

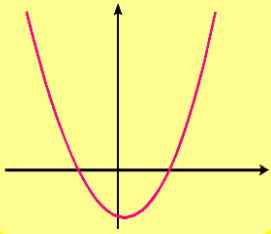
- f) $f(x) = x^2 - 2x + 1$
- g) $f(x) = x^2 - 4x + 13$
- h) $f(x) = 10x - 25 - x^2$
- i) $f(x) = -9 - x^2$
- j) $f(x) = 2x^2 - 6x$

Veamos un ejemplo

$$f(x) = 2x^2 - 8x + 6$$

x	$f(x)$
-5	96
4	70
-3	48
-2	30
-1	16
0	6
1	0
2	-2
3	0
4	6
5	16



F. CUADRÁTICA	
<p>Contenidos</p> <ul style="list-style-type: none"> Definición Obtención del vértice Cortes con los ejes Cálculo de puntos de la parábola Resumen Estudio completo de una parábola Inicio 	<div style="border: 2px solid black; padding: 10px; text-align: center;"> <p>La función cuadrática</p> <p>$f(x) = ax^2 + bx + c$</p>  </div>

F C U A D R A T I C A

Contenidos

- Definición
- Obtención del vértice
- Cortes con los ejes
- Cálculo de puntos de la parábola
- Resumen
- Estudio completo de una parábola
- Inicio

Definición

Una función cuadrática es aquella que puede escribirse de la forma:

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

donde a, b y c son números reales cualesquiera y a distinto de cero.

Si representamos "todos" los puntos (x,f(x)) de una función cuadrática, obtenemos siempre una curva llamada *parábola*.

Como ejemplo, ahí tienes la representación gráfica de dos funciones cuadráticas muy sencillas:

- $f(x) = x^2$
- $f(x) = -x^2$

F C U A D R A T I C A

Contenidos

- Definición
- Obtención del vértice
- Cortes con los ejes
- Cálculo de puntos de la parábola
- Resumen
- Estudio completo de una parábola
- Inicio

Obtención del vértice de una parábola

El vértice de una parábola está situado en el eje de ésta y, por tanto, su abscisa será el punto medio de las abscisas de dos puntos de la parábola que sean simétricos.

Como toda función cuadrática pasa por el punto (0,c) y el simétrico de éste tiene de abscisa $x = -b/a$, la del vértice será $X_v = -b/2a$. La ordenada Y_v se calcula sustituyendo el valor de X_v en la ecuación de la función.

Cálculo del vértice

Parábola: $y = 2x^2 - 8x + 6$

1ª coord. del vértice (Xv)	2
2ª coord. del vértice (Yv)	-2
Coordenadas del vértice	V(2,-2)
<input type="button" value="borrar"/>	

F C U A D R A T I C A

Contenidos

- Definición
- Obtención del vértice
- Cortes con los ejes
- Cálculo de puntos de la parábola
- Resumen
- Estudio completo de una parábola
- Inicio

Intersección de la parábola con los ejes

- Intersección con el eje OY:** Como todos los puntos de este eje tienen la abscisa $x = 0$, el punto de corte de la parábola con el eje OY tendrá de coordenadas (0,c)
- Intersección con el eje OX:** Como todos los puntos del eje OX tienen la ordenada $y = 0$, para ver estos puntos de corte se resuelve la ecuación de segundo grado $ax^2 + bx + c = 0$.

Dependiendo del valor del **discriminante (D)** de la ecuación, se pueden presentar tres situaciones distintas:

- Si $D > 0$, la ecuación tiene dos soluciones reales y distintas y **la parábola cortará al eje OX en dos puntos**.
- Si $D = 0$, la ecuación tiene una solución real y, por tanto, **la parábola cortará al eje OX en un punto** (que será el vértice).
- Si $D < 0$, la ecuación no tiene soluciones reales y **la parábola no cortará al eje OX**.

F C U A D R A T I C A

Contenidos

- Definición
- Obtención del vértice
- Cortes con los ejes
- Cálculo de puntos de la parábola
- Resumen
- Estudio completo de una parábola
- Inicio

Ecuación de segundo grado:

$ax^2 + bx + c = 0$

a = 2	b = -8	c = 6	<input type="button" value="Soluciones"/>	
			$x_1 = 3$	$x_2 = 1$
			Punto P de corte	P(3,0)
			Punto Q de corte	Q(1,0)
			<input type="button" value="Borrar"/>	

Antes

F·C·U·A·D·R·A·T·I·C·A

Contenidos

- Definición
- Obtención del vértice
- Cortes con los ejes
- Cálculo de puntos de la parábola
- Resumen
- Estudio completo de una parábola
- Inicio

Cálculo de puntos de la parábola

Podemos hallar los puntos de la parábola que necesitamos sin más que sustituir, en la ecuación de la función cuadrática, la variable x por aquellos valores que deseemos.

Parábola:	
$y = 2x^2 + -8x + 6$	
Tabla de valores	
$x_1 = 1$	$y_1 = 0$
$x_2 = 2$	$y_2 = -2$
$x_3 = 3$	$y_3 = 0$
Borrar	

F·C·U·A·D·R·A·T·I·C·A

Contenidos

- Definición
- Obtención del vértice
- Cortes con los ejes
- Cálculo de puntos de la parábola
- Resumen
- Estudio completo de una parábola
- Inicio

Resumen

Toda función cuadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$, representa una parábola tal que:

- Su forma depende exclusivamente del coeficiente a de x^2 .
- Los coeficientes b y c trasladan la parábola a izquierda, derecha, arriba o abajo.
- Si $a > 0$, las ramas van hacia arriba y si $a < 0$, hacia abajo.
- Cuanto más grande sea el valor absoluto de a , más cerrada es la parábola.
- Existe un único punto de corte con el eje OY, que es el $(0,c)$.
- Los cortes con el eje OX se obtienen resolviendo la ecuación $ax^2 + bx + c = 0$, pudiendo ocurrir que lo corte en dos puntos, en uno o en ninguno.
- La primera coordenada del vértice es $X_v = -b/2a$.

F·C·U·A·D·R·A·T·I·C·A

Contenidos

- Definición
- Obtención del vértice
- Cortes con los ejes
- Cálculo de puntos de la parábola
- Resumen
- Estudio completo de una parábola
- Inicio

PARÁBOLA	
$y = 2x^2 + -8x + 6$	
Vértice	Discriminante
$V(2, -2)$	16
Cortes con el eje OX	
Punto P de corte $P(3,0)$	Punto Q de corte $Q(1,0)$
Tabla de valores	
$x_1 = 1$	$y_1 = 0$
$x_2 = 2$	$y_2 = -2$
$x_3 = 3$	$y_3 = 0$
Todo borrar	

Actividad 3. Actividad de Desarrollo

(Esta actividad se realiza para trabajar a lo largo de una unidad temática)

TÍTULO DE LA ACTIVIDAD	La función $y = ax^2 + bx + c$ y sus propiedades gráficas
OBJETIVO DE APRENDIZAJE	El alumno: <ul style="list-style-type: none"> • Analizar y determina los elementos de las funciones cuadráticas. • A partir de su forma estándar determinará los elementos de las parábolas
RECURSOS	<p>BIBLIOGRAFÍA Smitth, S. A., Charles, R. I., Dossey, J. A., Keedy, M. L., & Bittinger, M. L. (2001). Resolución de problemas: Ecuaciones Cuadráticas. En S. A. Smitth, R. I. Charles, J. A. Dossey, M. L. Keedy, & M. L. Bittinger, <i>Álgebra</i> (págs. 563-569). México: Pearson Educación de México, S.A. de C.V. y Addison Wesley Iberoamericana, S.A.</p> <p>PÁGINAS DE INTERNET Google Drive https://www.google.com/intl/es-419/drive/ Aplicación para comprobar resultados.</p> <p>http://thales.cica.es/rd/Recursos/rd99/ed99-0416-02/indice.htm</p> <p>TIC que se utilizarán Crear y consultar documentos en Google Drive GEOGEBRA para realizar gráficos Aplicación de internet para verificar resultados.</p>
DESCRIPCIÓN DE LAS ACTIVIDADES	
TAREAS EN EL ORDEN EN QUE SE REALIZAN	<p>Trabajo previo a la clase 3 (para profesor y alumnos, si aplica) El alumno investigara cómo completar el trinomio cuadrado perfecto para pasar de una función cuadrática de la forma $f(x) = ax^2 + bx + c$ a la forma $f(x) = a(x - h)^2 + k$. (30 min).</p> <p>Trabajo durante la clase 3 (para profesor y alumnos) 2 horas El profesor explicará los objetivos de esta nueva actividad, el trabajo es individual y se entregará en GOOGLE DRIVE. (10 min.) Como introducción a la actividad se solicita que los alumnos realicen la gráfica de una función cuadrática y a partir de ahí observen y mencionen las características que ellos pueden ver en la gráfica. (15 min) Se esperan diferentes resultados que ellos analizan sin ser estos los que se analizaran en la actividad. Se explica a lo que se quiere llegar mencionando las características de las funciones cuadráticas:</p> <ul style="list-style-type: none"> ❖ Concavidad ❖ Ramas ascendentes o descendentes ❖ Vértice $V(h, k)$ ❖ Valor máximo o mínimo ❖ Eje de Simetría <p>y se solicita que ahora hagan la gráfica de otra función. (15 min.) En lo que los alumnos realizan la gráfica el profesor procede a completar el Trinomio Cuadrado Perfecto para convertir la función cuadrática en su forma general a la forma</p>

	<p>estándar.</p> <p>A partir de la información obtenida al convertir la función a su forma estándar:</p> $f(x) = a(x - h)^2 + k$ <p>Se localiza el vértice ya que tiene por coordenadas $V(h, k)$ y sabemos que a partir de ahí deben de ser capaces de determinar si es cóncava positiva o negativa, la rama descendente y al llegar al vértice ascendente o viceversa, el valor máximo o mínimo y el eje de simetría, de tal forma que los alumnos sin tener que graficar serán capaces de determinar todos los elementos de las parábolas. (30 min.)</p> <p>Para que los alumnos ratifiquen lo aprendido durante la actividad se solicita resolver 10 ejercicios para practicar. (50 min.)</p> <p>Trabajo extraclase para profesor y alumnos (entre clase 2 y clase 3) 90 min. extraclase</p> <p>A partir de los ejercicios vistos en clase se generará un documento en GOOGLE DRIVE en el cual se pasarán los ejercicios realizados en clase y se verificará su resultado con ayuda de una aplicación que se encuentra en la siguiente URL:</p> <p>http://thales.cica.es/rd/Recursos/rd99/ed99-0416-02/indice.htm</p> <p>En donde se pedirá al alumno generará capturas de pantalla en donde comprobará sus resultados para generar el documento pedido en GOOGLE DRIVE.</p>																																										
EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE DEL ALUMNO	<p>Documento elaborado en GOOGLE DRIVE compartido con el profesor con derechos de edición.</p> <p>Elementos del trabajo</p> <ul style="list-style-type: none">→ Portada→ Ejercicios resueltos algebraicamente→ Representación gráfica en GEOGEBRA→ Capturas de pantalla utilizando la aplicación sugerida para comprobar resultados algebraicos.→ Conclusiones.																																										
FORMA DE EVALUACIÓN	<table><tr><th colspan="3">Profesor:</th><th colspan="2">Alumno:</th><th>Grupo:</th></tr><tr><th>N°</th><th>Descripción</th><th>Ejecución</th><th>Ponderación</th><th>Calificación</th><th>Observaciones</th></tr><tr><td>1</td><td>Portada</td><td></td><td>1.0</td><td></td><td></td></tr><tr><td>2</td><td>Procedimiento algebraico</td><td></td><td>2.0</td><td></td><td></td></tr><tr><td>3</td><td>Tabulación y Gráficos</td><td></td><td>2.0</td><td></td><td></td></tr><tr><td>4</td><td>Capturas de Pantalla de la aplicación</td><td></td><td>2.0</td><td></td><td></td></tr><tr><td>5</td><td>Conclusiones</td><td></td><td>1.0</td><td></td><td></td></tr></table>	Profesor:			Alumno:		Grupo:	N°	Descripción	Ejecución	Ponderación	Calificación	Observaciones	1	Portada		1.0			2	Procedimiento algebraico		2.0			3	Tabulación y Gráficos		2.0			4	Capturas de Pantalla de la aplicación		2.0			5	Conclusiones		1.0		
Profesor:			Alumno:		Grupo:																																						
N°	Descripción	Ejecución	Ponderación	Calificación	Observaciones																																						
1	Portada		1.0																																								
2	Procedimiento algebraico		2.0																																								
3	Tabulación y Gráficos		2.0																																								
4	Capturas de Pantalla de la aplicación		2.0																																								
5	Conclusiones		1.0																																								

	6	Trabajo en GOOGLE DRIVE compartido		2.0			
		Calificación Actividad		10.0			

Anexos

Determina los elementos de la parábola completando el Trinomio Cuadrado Perfecto y obtén sus soluciones o raíces.

- a) $g(x) = x^2 + x - 1$
- b) $g(x) = x^2 - 5x + 2$
- c) $g(x) = x^2 - 4x + 8$
- d) $g(x) = 2x^2 - 4x + 1$
- e) $g(x) = 2x^2 + 3x - 1$

Se proponen estos otros ejercicios para tener más opciones a la hora de trabajar con los alumnos e incluso trabajo extraclase:

- f) $g(x) = 2x^2 - 3x + 2$
- g) $g(x) = x^2 - 3x - 1$
- h) $g(x) = x^2 - 2x + 3$
- i) $g(x) = 3x^2 + x - 1$
- j) $g(x) = -3x^2 - 5x + 3$

Ejemplo

$$g(x) = x^2 + x - 1$$

Completando el trinomio cuadrado perfecto

$$g(x) = x^2 + x + \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 1$$

$$g(x) = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} - 1$$

$$g(x) = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{5}{4}$$

Sabemos que la ecuación que nos proporciona el vértice es de la forma

$$f(x) = a(x - h)^2 + k$$

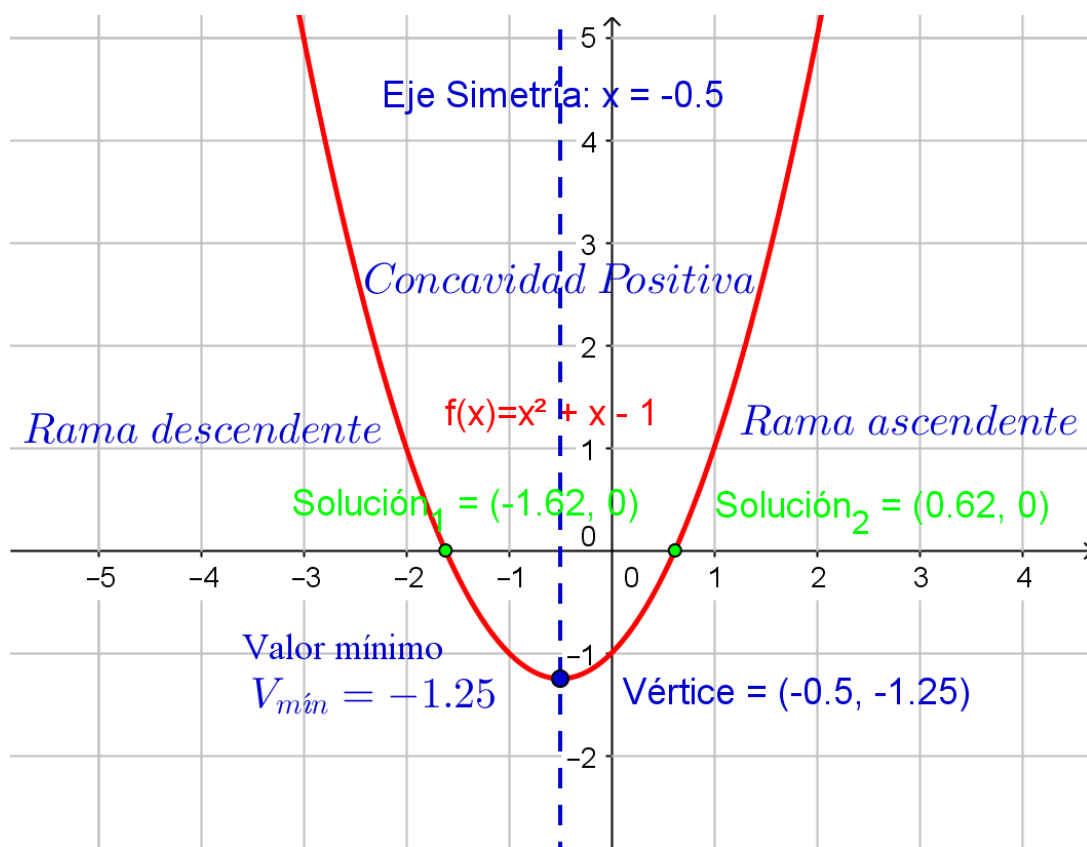
El vértice tiene por coordenadas $V(h, k)$.

$$V\left(-\frac{1}{2}, -\frac{5}{4}\right)$$

Como $a > 0$ tiene concavidad positiva, una rama descendente y al llegar al vértice la rama se vuelve ascendente, tiene un valor mínimo en $V_{min} = -\frac{5}{4}$ y su eje de simetría tiene por ecuación $x = -\frac{1}{2}$

Ahora al graficar tenemos que realizar una tabla básica ya que solo con tres valores podemos dar el comportamiento de dicha gráfica:

x	-1	-0.5	0
$f(x)$	-1	-1.25	-1



Ahora se comprueban resultados en la aplicación:

<http://thales.cica.es/rd/Recursos/rd99/ed99-0416-02/indice.htm>

En donde solo se solicitara el estudio completo de una parábola:

PARÁBOLA

$y = 1 \text{ } x^2 + 1 \text{ } x + -1$

Vértice	Discriminante
V(-0.5,-1.25)	5
Cortes con el eje OX	
Punto P de corte P(0.62,0)	Punto Q de corte Q(-1.62,0)
Tabla de valores	
$x_1 = -1$	$y_1 = -1$
$x_2 = -0.5$	$y_2 = -1.25$
$x_3 = 0$	$y_3 = -1$
<input type="button" value="Todo"/> <input type="button" value="borrar"/>	

En donde se comprueban los datos solicitados.

Básicamente tendrán que llevar a cabo todo este procedimiento con las diez funciones solicitadas.

Actividad 4. Actividad de desarrollo

(Esta actividad se realiza para trabajar a lo largo de una unidad temática)

TÍTULO DE LA ACTIVIDAD	Forma estándar $f(x) = a(x - h)^2 + k$
OBJETIVO DE APRENDIZAJE	El alumno: <ul style="list-style-type: none"> Determinará las traslaciones horizontales y verticales, así como también si la gráfica se contrae o se dilata.
RECURSOS	BIBLIOGRAFÍA Smith, S. A., Charles, R. I., Dossey, J. A., Keedy, M. L., & Bittinger, M. L. (2001).

	<p>Resolución de problemas: Ecuaciones Cuadráticas. En S. A. Smith, R. I. Charles, J. A. Dossey, M. L. Keedy, & M. L. Bittinger, <i>Álgebra</i> (págs. 563-569). México: Pearson Educación de México, S.A. de C.V. y Addison Wesley Iberoamericana, S.A.</p> <p>PÁGINAS DE INTERNET</p> <p>Google Drive https://www.google.com/intl/es-419/drive/</p> <p>TIC que se utilizarán</p> <p>Crear y consultar documentos en Google Drive</p> <p>GEOGEBRA para realizar gráficos</p> <p>Aplicación de internet para verificar resultados.</p>
DESCRIPCIÓN DE LAS ACTIVIDADES	
TAREAS EN EL ORDEN EN QUE SE REALIZAN	<p>Trabajo durante la clase 4 (para profesor y alumnos)</p> <p>2 horas</p> <p>Se solicita a los alumnos realicen las gráficas de ciertas funciones en un mismo sistema de ejes coordenados:</p> $f(x) = ax^2$ <p>Modificado el valor de a por ejemplo 1, 3, -5, $\frac{3}{5}$, etc.</p> <p>Anotando sus conclusiones (20 min.)</p> <p>Ahora se solicita realicen la misma actividad pero variando el valor de k.</p> $f(x) = x^2 + k$ <p>Por ejemplo $k = 3$ y $k = -4$ y comparándola con la gráfica de $f(x) = x^2$</p> <p>Anotar conclusiones. (20 min.)</p> <p>Finalmente los alumnos realizarán la gráfica de la función $f(x) = (x - h)^2$ en donde ahora darán valores a h por ejemplo $h = -2$ y $h = 5$ y claro comparado con la gráfica de $f(x) = x^2$. (20 min.)</p> <p>Como actividad de cierre en clase se solicita que el alumno realice 5 ejercicios donde analizaran las traslaciones una función cuadrática en su forma general $y = ax^2 + bx + c$, primero convertirán las funciones a su forma estándar par ver como afectan cada uno de lo elementos:</p> <p>¿Qué hace a?</p> <p>¿Qué hace h?</p> <p>¿Qué hace k?</p> <p>Anotaran sus conclusiones.</p> <p>Trabajo extraclase para profesor y alumnos (entre clase 2 y clase 3)</p> <p>60 min. extraclase</p> <p>A partir de los ejercicios vistos en clase se generará un documento en GOOGLE DRIVE en el cual se pasarán los ejercicios realizados en clase y se graficara con GEOGEBRA para ver dichos gráficos.</p>
EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE DEL ALUMNO	<p>Documento elaborado en GOOGLE DRIVE compartido con el profesor con derechos de edición.</p> <p>Elementos del trabajo</p> <ul style="list-style-type: none"> → Portada → Ejercicios resueltos algebraicamente → Representación gráfica en GEOGEBRA → conclusiones.
FORMA DE	

EVALUACIÓN	Profesor:			Alumno:		Grupo:
	N°	Descripción	Ejecución	Ponderación	Calificación	Observaciones
	1	Portada		1.0		
	2	Procedimiento algebraico		3.0		
	3	Tabulación y Gráficos		3.0		
	5	Conclusiones		1.0		
	6	Trabajo en GOOGLE DRIVE compartido		2.0		
	Calificación Actividad			10.0		

Anexos

Analiza las traslaciones horizontales, verticales y si la gráfica se contrae o dilata; al compararla, con la gráfica de la función $f(x) = x^2$.

- 1) $k(x) = x^2 + 6x + 7$
- 2) $f(x) = -x^2 - 6x + 13$
- 3) $g(x) = 2x^2 - 12x + 19$
- 4) $h(x) = 3x^2 - 12x + 10$
- 5) $j(x) = -4x^2 - 8x + 7$

Veamos un ejemplo

$$i(x) = 2x^2 - 12x + 13$$

Completamos el trinomio cuadrado perfecto

$$i(x) = 2[x^2 - 6x] + 13$$

$$i(x) = 2\left[x^2 - 6x + \left(\frac{-6}{2}\right)^2 - \left(\frac{-6}{2}\right)^2\right] + 13$$

$$i(x) = 2[x^2 - 6x + (-3)^2 - (-3)^2] + 13$$

$$i(x) = 2[(x - 3)^2 - (-3)^2] + 13$$

$$i(x) = 2[(x - 3)^2 - 9] + 13$$

$$i(x) = 2(x - 3)^2 - 18 + 13$$

$$i(x) = 2(x - 3)^2 - 5$$

Contracción o dilatación

El 2 contrae la gráfica

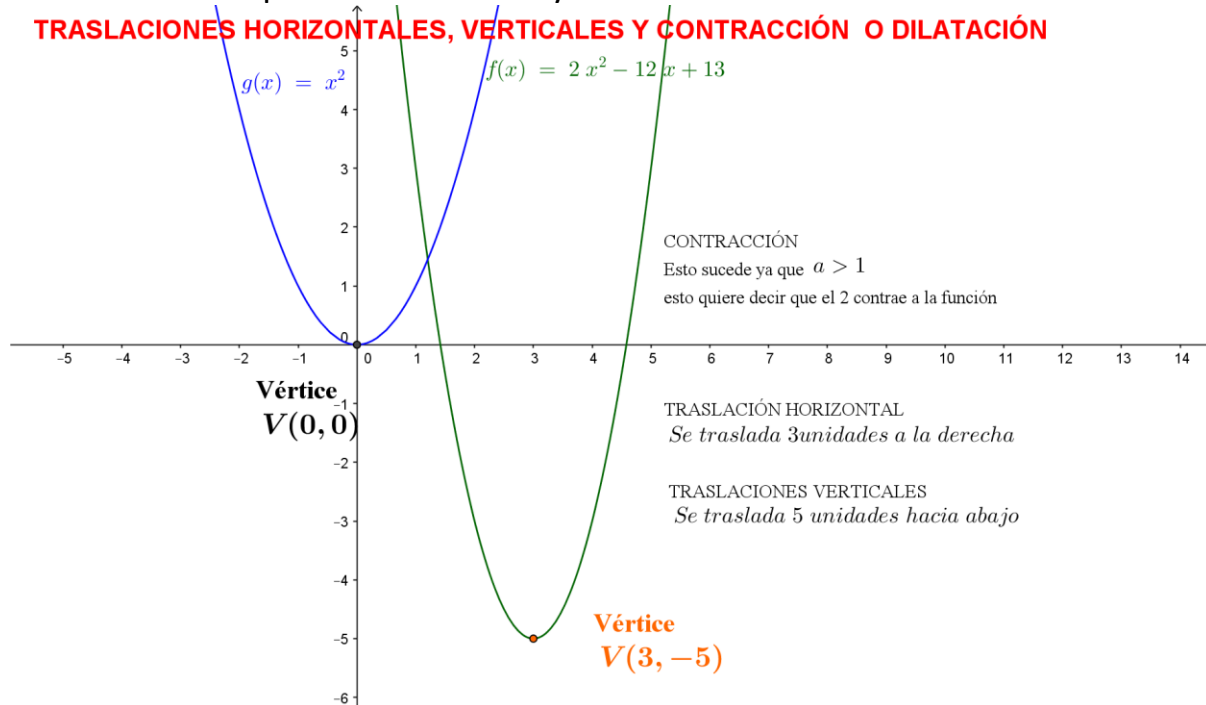
Traslaciones Horizontales

El 3 traslada la gráfica 3 unidades a la derecha

Traslaciones Verticales

El 5 traslada la gráfica 5 unidades hacia abajo

Gráficamente lo podemos ver con ayuda de GEOGEBRA



Actividad 5. Actividad de cierre

(Esta actividad se realiza para concluir el trabajo de una unidad temática)

TÍTULO DE LA ACTIVIDAD	Ejercicio de aplicación en GEOGEBRA
OBJETIVO DE APRENDIZAJE	El alumno desarrollará una actividad en GEOGEBRA en donde practicará lo aprendido durante la actividad.
RECURSOS	PÁGINAS DE INTERNET Google Drive https://www.google.com/intl/es-419/drive/ TIC que se utilizarán Crear y consultar documentos en Google Drive. GEOGEBRA para realizar gráficos. Aplicación de internet para verificar resultados.
DESCRIPCIÓN DE LAS ACTIVIDADES	
TAREAS EN EL ORDEN EN QUE SE REALIZAN	Trabajo extraclase para profesor y alumnos (trabajo final) 60 min. extraclase El alumno generará un documento en GOOGLE DRIVE en donde compartirá lo que fue realizando para hacer la animación de la función en su forma estándar, dicha actividad aparte de compartirla en GOOGLE DRIVE, generarán la actividad como un animación

	<p>para evaluar su resultado.</p> <p>Para dicha actividad se propone vean el siguiente video you tube: https://youtu.be/n6qIK4ODsTM</p> <p>Con lo cual tendrán las herramientas necesarias para el desarrollo de su actividad.</p>																																																										
EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE DEL ALUMNO	<p>Documento elaborado en GOOGLE DRIVE compartido con el profesor con derechos de edición.</p> <p>Elementos del trabajo</p> <ul style="list-style-type: none"> → Portada → Ejercicios resueltos algebraicamente → Representación gráfica en GEOGEBRA → conclusiones. <p>Animación en GEOGEBRA con base a los criterios establecidos en clase.</p>																																																										
FORMA DE EVALUACIÓN	<table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="3">Profesor:</th><th colspan="2">Alumno:</th><th>Grupo:</th></tr> <tr> <th>N°</th><th>Descripción</th><th>Ejecución</th><th>Ponderación</th><th>Calificación</th><th>Observaciones</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td><td>Portada</td><td></td><td>1.0</td><td></td><td></td></tr> <tr> <td>2</td><td>Procedimiento algebraico</td><td></td><td>2.0</td><td></td><td></td></tr> <tr> <td>3</td><td>Tabulación y Gráficos</td><td></td><td>2.0</td><td></td><td></td></tr> <tr> <td>4</td><td>Conclusiones</td><td></td><td>2.0</td><td></td><td></td></tr> <tr> <td>5</td><td>Trabajo en GOOGLE DRIVE compartido</td><td></td><td>1.0</td><td></td><td></td></tr> <tr> <td>6</td><td>Actividad en GEOGEBRA</td><td></td><td>2.0</td><td></td><td></td></tr> <tr> <td colspan="3">Calificación Actividad</td><td>10.0</td><td></td><td></td></tr> </tbody> </table>					Profesor:			Alumno:		Grupo:	N°	Descripción	Ejecución	Ponderación	Calificación	Observaciones	1	Portada		1.0			2	Procedimiento algebraico		2.0			3	Tabulación y Gráficos		2.0			4	Conclusiones		2.0			5	Trabajo en GOOGLE DRIVE compartido		1.0			6	Actividad en GEOGEBRA		2.0			Calificación Actividad			10.0		
Profesor:			Alumno:		Grupo:																																																						
N°	Descripción	Ejecución	Ponderación	Calificación	Observaciones																																																						
1	Portada		1.0																																																								
2	Procedimiento algebraico		2.0																																																								
3	Tabulación y Gráficos		2.0																																																								
4	Conclusiones		2.0																																																								
5	Trabajo en GOOGLE DRIVE compartido		1.0																																																								
6	Actividad en GEOGEBRA		2.0																																																								
Calificación Actividad			10.0																																																								